Memoirs of the Kakioka Magnetic Observatory

柿岡の変換函数

白木正規・柳原一夫

概 要

地磁気短周期変化 4H, 4D および 4Z の間には,近似的に,

$\varDelta Z = A \varDelta H + B \varDelta D$

という関係が成立つことが知られている。この A および B は周波数の函数で変換函数と呼ば れる。この論文では、1969年~1970年に15個の磁気嵐を遠んで、Everett and Hyndman (1967)によって開発された、パワースペクトル解析を用いる方法によって、柿岡の変換函数 を15~120分の周期にわたって求めた。そして、得られた結果と、従来の方法で求められてい る A および B との比較を行なった。さらに、変換函数の信頼性についても述べる。

1. はじめに

電気伝導度の分布が水平構造をなしている水平平面に、水平方向に一様な地磁気変化が入 射した場合,地表において地磁気変化の鉛直成分はみられない。これは、地表の鉛直成分を 打ち消すように電磁誘導が働くためである。ところが、柿岡においてみられるように、地磁 気短周期変化で、地表の鉛直成分の変化が水平成分と同じくらい大きな変化がみられる場合 がある。この原因として、入射した地磁気変化が水平方向に一様でないことと、地下の電気 伝導度の分布が水平方向に一様でないことが考えられる。日本のような中緯度においては、 地磁気湾形変化のような短周期変化は、一般に、広範囲にわたって水平方向にほぼ一様であ ることが知られている。このことから、地表の鉛直成分の大きな変化は地下の電気伝導度に 原因があると考えられる。

地下に原因のある地磁気短周期変化の鉛直成分の異常を記述する場合, Rikitake & Yokoyama (1955) によって見出された方法を用いるのが普通である。 彼等は、 地磁気短周期変 化のペクトルが, 観測点に固有な平面に拘束されることを見出した。すなわち, 変化ペクト ルの3成分を, 4H (北向き), 4D (西向き) および 4Z (下向き) としたとき,

(1)の関係式で、4H, 4D および 4Z として沢山の地磁気湾形変化 (Bay) や磁気嵐の急 始変化 (SSC) など孤立した短周期現象の変化の最大振幅を読みとり、最小自乗法を用いて、 関係式に最もよくあうように A と B を決めることができる。従来、このような方法で各地 の A と B の値が決められてきた。

しかし、この方法では、 4H, 4D および 4Z の間に位相差がある場合には、最大振幅を (1)の関係式に適用することができない。また、A と B は、厳密には地磁気変化の 周期 (あるいは周波数)の函数である。この点を解決するために、Everett & Hyndman (1967) はスペクトル解析の手法を用いて、A と B を求める方法を開発した。この方法では、4H, 4D および 4Z の間の位相差を考慮に入れることから、一般に、A と B は複素数となる。 このような A と B は変換函数 (Transfer function) と呼ばれる。変換函数を求める方法は、 位相差や厳密な周期性を無視してきた従来の方法と比べて、物理的な意味のはっきりした量 を与えることができる。このことから、A と B の値は変換函数として求めるのが望ましい。

柿岡においては、すでに久保木・大島(1966)および大和田・久保木(1973)らによって 従来の方法で A と B の値が求められているが、この論文では、Everett & Hyndman の方 法によって変換函数として A と B の値を求めなおした。そして、従来の方法で得られてい る A と B の値との比較を行なった結果について述べる。

Everett & Hyndman の方法では、磁気嵐のような連続した地磁気擾乱を用いて、広範囲 の周波数にわたって変換函数が求まる。このことから、移動観測のように短期間の観測から 変換函数を求めたい場合には非常に都合のよい方法である。また、最近注目されてきている A と B の時間変化を調べる場合にも都合がよい方法と考えられる。このためには、1個の 磁気嵐の解析から得られる A と B が、どの程度の信頼性で決まるものか調べておく必要が ある。

この論文では、2年間に 15 個の磁気嵐を選んで柿岡の変換函数を求めたので、個々の磁気 嵐から計算された変換函数の値がどの程度ばらつくかを調べることができる。 これから、1 個の磁気嵐から決まる A と B の信頼性についても述べる。

2. 磁気嵐の選定とデータの読取り

変換函数を求めるのに用いた 磁気嵐は,1969 年と1970 年の2 年間に選んだ。この2 年間 にみられた磁気嵐のうち 第1表 にあげられた15 個の磁気嵐を用いた。これらの磁気嵐には 便宜上01 から15までの番号がつけられている。第1 図には、これらの磁気嵐のマグネトグ ラムの写しがのせられている。

この論文では、地磁気変化の読取り時間間隔(3分)の点から10分~120分の周期の範囲

Number	Date	Number	Date	Number	Date
01	Jan. 25, 1969	06*	Sep. 28, 1969	11	Jul. 29, 1970
02*	Feb. 3, 1969	07	Sep. 29, 1969	12*	Aug. 17, 1970
03	Feb. 11, 1969	08	Sep. 30, 1969	13	Nov. 7, 1970
04	Apr. 28, 1969	09	Nov. 9, 1969	14	Nov. 21, 1970
05*	May 15, 1969	10*	Jul. 9, 1970	15	Dec. 14, 1970

Table 1. List of geomagnetic storms used for the present study.

白木正規・柳原一夫



٠.

Fig. 1 Magnetograms of geomagnetic storms at Kakioka used for the present study.

柿岡の変換函数

で変換函数を求めることを目的とした。目的とする周期の変換函数を精度よく決めるために は、この周期の変化がなるべく大きい方がよい。また、読取り時間間隔に近い周期の変化が 卓越していると、読取の誤差が大きくなるうえ、パワースペクトルを計算するときエリアジ ングによる誤差の原因となる。このため、第1表の磁気嵐を選ぶときに、できるだけ10~ 120分の周期の変化が卓越している磁気嵐を選ぶように注意した。しかし、10分以下の周期 の変化が比較的多く含まれている磁気嵐も選ばざるをえなかったので、選んだ磁気嵐のう ち、10分以下の周期の変化が比較的多いと思われる磁気嵐には第1表の番号にアスタリスク がつけられている。この磁気嵐の区別には、柿岡で同時に観測された地電流の記録も参考に して行った。

第1表に選ばれた磁気嵐のマグネトグラムから, H (水平成分, 北向き), D (偏角, 西向き) および Z (鉛直成分, 下向き)の3 成分の地磁気変化を3分 (マグネトグラム上で1mm にあたる) ごとに 0.1 mm まで読みとった。1 つの磁気嵐について, 24 時間の読取りを行ったので,各成分の読取りのデータ数は480 個である。また, 0.1 mm の読取りは, H と D 成分が約 0.26 ガンマ, Z 成分が約 0.22 ガンマにあたる。

読取りデータは、マグネトグラムの感度とともに、計算機に入力できるカードにパンチされた。次の節の計算は、このカードのデータを用いて、気象庁電子計算室の HITAC 8700/ 8800 計算機システムによって処理された。

3. 解析の流れ

第1図のマグネトグラムの写しからもわかるように、磁気嵐には、120分より短い周期の 変化ばかりでなく、D_{st} や日変化のような120分よりも長い周期の変化も含まれている。解 析の目的とする10~120分の周期のパワースペクトルを求める場合に、この長い周期の変化 はあらかじめ除いておいた方がよい。このため、まず、120分より短い周期の変化だけをと りだすハイパスフィルターをデータにかけた。このフィルターの周波数特性は、第2図に示 されている。



Fig. 2 Frequency responce of the high pass filter. The abscissa gives the frequency in cycle per 240 minutes on the logarithmic scale.



Fig. 3 Frequency response of the prewhitening filter for the power spectrum density. The abscissa gives the frequency in cycle per 240 minutes on the logarithmic scale.

多くの磁気嵐では、長周期のパワースペクトル密度は短周期のものより非常に大きい。周 期によってパワースペクトル密度に大きな違いのある現象のスペクトル解析をした場合、小 さいパワースペクトル密度の周期では正確なパワースペクトル密度がえられない。このた め、パワースペクトルの計算をする前に、データをホワイトノイズ化するために、プレホワ イトニングフィルターをかける必要がある。このフィルターのパワースペクトルに対する周 波数特性は、第3図に示されている。このフィルターをかけることによって、短周期の変化 の大きさは変わらないが、長周期にゆくほど変化は小さくなり、120分の周期のパワースペ クトル密度は約 1/1000 に小さくなる。

パワースペクトル解析は、Munk et al. (1959) によって詳しく述べられている方法を用い た。この方法は、地球物理学のいろいろな分野で用いられており、スペクトル解析に非常に 有効な方法である。この方法では、時系列から自己相関函数と相互相関函数を求め、これら をフーリエ変換することによって、オートパワースペクトルとクロスパワースペクトルが求 められる。この解析では、自己相関函数と相互相関函数は、120分まで計算した。パワース ベクトルを計算するデータにはプレホワイトニングフィルターをかけたので、計算されたパ ワースペクトル密度はほぼホワイトノイズに近いものが得られた。実際のパワースペクトル 密度を得るためには、第3図に示されたプレホワイトニングフィルターの周波数特性を逆に かければよい。

こうして得られたパワースペクトルを用いて,変換函数 A および B は次の式で計算できる (Everett and Hyndman 1967)。

$$A = \frac{P_{DD} \cdot P_{ZH} - P_{DH} \cdot P_{ZD}}{P_{HH} \cdot P_{DD} - P_{HD} \cdot P_{DH}}$$
(2)
$$B = \frac{P_{HH} \cdot P_{ZD} - P_{HD} \cdot P_{ZH}}{P_{HH} \cdot P_{DD} - P_{HD} \cdot P_{DH}}$$
(3)

ここで, **P**_{HH} および **P**_{DD} はそれぞれ **H** 成分および **D** 成分のオートパワースペクル密度で あり, **P**_{ZH} などは **Z** 成分と **H** 成分のクロスパワースペクトル密度などである。 クロスパ ワースペクトル密度は, 一般に複素数であるので, 変換函数 **A** と **B** も複素数となる。**A** と **B** の実数部には u, 歳数部には v という記号をつけて,

 $A = A_u + iA_v$ $B = B_u + iB_v$ (4)

と表わす。

4. 解析結果

第3節で述べた方法によって,第1表の15個のそれぞれの磁気嵐について変換函数 A (Au, Av) と B(Bu, Bv)を計算した。この結果が第4図に示されている。この図で,横軸 は240分に対する周波数で,対数目盛で表わされている。2サイクル,4サイクル,8サイ クル,および16サイクルは,それぞれ,周期が120分,60分,30分および15分にあたる。 15個の磁気嵐から得られた個々の変換函数で,約16サイクルより低い周波数では,A と

B のどちらも周波数による変化はゆるやかである。 しかし、 16 サイクル より高い周波数で















白木正規・柳原一夫



٩,

Fig. 4 Transfer functions at Kakioka obtained from geomagnetic storms shown in Figure 1. The abscissas give the frequency in cycle per 240 minutes on the logarithmic scale.

は、多くの場合、変化は振動的で大きく変化している。第1表でアスタリスクのつけられて いる磁気嵐から求められた A と B ほどこのことがいえるようである。数サイクルの違いで A と B がこのように大きく変わることは考えられないので、この振動的な変化は読取り誤 差やパワースペクトル解析に原因があると考えられる。計算では 40 サイクル (周期6分)ま で A と B の値が求まるが、値として使えるのはせいぜい 16 サイクルぐらいまでと思われ る。一方、磁気嵐による変化のし方を比べてみた場合にもほぼ 16 サイクルより低い周波数 では、いくつかの例を除いてほぼ似たような変化をしているが、16 サイクルより高い周波数 では、変化は非常に異っている。

このことは、第4図の個々の A および B をすべて重ね合せて作った第5図から明らかで ある。この図から、10番の磁気嵐から得られた Au と Bu の場合や、13番の磁気嵐から得 られた Au の場合を除いて、 A と B はほぼ 16 サイクルより低い周波数では磁気嵐によら ないで、ほぼ同じような大きさを示すことがわかる。個々の A および B の値のばらつきを みた場合、8サイクルより低い周波数では ±0.1 程度であり、8サイクルから 16 サイクルの 周波数では ±0.3 程度である。



Fig. 5 Superposition of fifteen transfer functions shown in Figure 4. The abscissas give the frequency in cycle per 240 minutes on the logarithmic scale.

このばらつきの原因には、読取り誤差によるもの、解析方法から生じたもの、および、地磁気変化のうちで(1)式にあてはまらない部分によるもの、が考えられる。ばらつきが正規分 布をしていると仮定して、A および B の平均値を計算した。この結果は第6 図に示されて いる。この図で平均値を示す曲線につけられている縦の線は、平均値の 95% の信頼区間で ある。Au は、すべての周波数について 4 つの函数の中で一番大きな値を示している。 4 サイクルのところで最大値 0.64 をとり、これより低周波数でも高周波数でも、周波数とともに 小さくなってゆく。16 サイクルの近くでは、0.5 以下になっている。残りの 3 つの函数の値

白木正規・柳原一夫



Fig. 6 Mean transfer functions at Kakioka. Straight vertical lines on the curves are 95% confidence intervals. The abscissas give the frequency in cycle per 240 minutes on the logarithmic scale.

変換函数の実数部と虚数部を、それぞれベクトル表示した場合には、大きさと方向が決ま



Fig. 7 Magnitude and diretion in the vector representation of the transfer functions at Kakioka. R is real part and I is imaginary part. The abscissas give the frequency in cycle per 240 minutes on the logarithmic scale.

柿岡の変換函数

る。第7図には,第6図の平均の A と B から計算したベクトルの大きさと方向が示されて いる。実数部のベクトルの大きさは, Au とほぼ同じ変化をしている。虚数部は,低周波数 と高周波数で大きく,その中間で小さくなっている。実数部と比べた場合その大きさはかな り小さいが,無視できる大きさではない。実数部のベクトルの方向は,低周波数では南南東 を向いているが,周波数と共に南の方向になってゆく。虚数部では,低周波数ではほぼ南向 きであるが,周波数とともに時計回りに回転して,髙周波数ではほぼ北向きである。

第6図と第7図の数値が、いくつかの周波数について第2表と第3表にのせられている。

period frequency A. B" Av B. (cp 240 min) (minute) 2 120 0.59 ± 0.04 0.17±0.03 0.18 ± 0.03 -0.05 ± 0.02 3 0.63 0.03 0.16 0.02 0.11 0.04 -0.06 0.02 80 4 60 0.64 0.03 0.13 0.03 0.03 0.02 -0.05 0.02 40 0.10 0.04 -0.02 0.05 6 0.63 0.05 -0.08 0.03 -0.05 0.06 8 30 0.60 0.04 0.08 0.05 -0.08 0.03 12 20 0.57 0.04 0.03 0.08 -0.07 0.07 -0.01 0.05 16 15 0.49 0.06 -0.01 0.07 -0.13 0.07 -0.03 0.08

Table 2. Transfer functions at Kakioka. The estimate of error is given by the 95% confidence interval.

Table 3. Magnitude and direction in the vector representation of the transfer functions at Kakioka. Direction is measured from East to South in the geographic coordinate.

frequency	period	real part		imaginary part	
(cp 240 min)	(minute)	magnitude	direction	magnitude	direction
2	120	0.61	74°	0.19	104°
3	80	0.64	76	0.12	119
4	60	0.65	79	0.06	149
6	40	0.64	81	0.09	196
8	30	0.61	83	0.09	214
12	20	0.57	88	0.07	258
16	15	0.49	91	0.13	250

5. 2,3の議論

前節の解析では、計算のうえでは 240 分に対する 40 サイクル (周期6分) まで変換函数が 求められた。しかし、16~40 サイクルの周波数領域については、第4 図あるいは第5 図から わかるように、個々の磁気嵐で得られた A と B の値は振動的に大きく変化していて信頼で きるものではない。これは、パワースペクトル解析に原因があると思われるので、この周波 数領域については、今回の解析よりも更に読取間隔を小さくした解析を行って値を求めなお すことが必要である。

16 サイクル より低い周波数では、95% の信頼区間の幅が 周波数によって ±0.02~±0.08 程度で変換函数が求まっている。この信頼区間を考慮に入れても、変換函数にはかなり大き な周期特性がみられる。また,従来の解析方法では全く考慮に入れなかった虚数部も,無視 できない大きさであることがわかる。このことから,従来の方法で得られる A と B では, 地下の地磁気変化異常を正確に記述できないことになる。

従来の方法で求めた A と B は、虚数部を無視して求めた値なので正確な値ではないが、 変換函数の実数部の Au と Bu にあたる。柿岡の場合には、従来の方法で A と B の周期特 性について粗い解析がなされているので変換函数の Au と Bu の周期特性と比べてみた。柿 岡における A と B の値は、久保木・大島(1966) および大和田・久保木(1973) によって 求められたものが、用いた資料の量から考えて信頼性が高いと思われる。久保木・大島は、 1958 年と 1960 年の約 200 個の Bay や SSC などを4 つの周期のグループに分けて A と B を求めている。周期としては、選んだ現象の継続時間を目安としている。A と B の誤差の 評価は標準偏差を用いている。大和田・久保木は、同じ方法で 1971 年の約 200 個の Bay と SSC などから 2 つの周期のグループについて A と B の値を求めている。彼等の求めた値 は、第4表にのせられている。ただし、彼等は 4D の読取りは東向きを正にとっていて、こ の論文の場合と逆なので、第4表の B については符号を逆にして -B の値がのせられてい る。

 Table 4. Values of A and B at Kakioka obtained by means of the traditional method. The estimate of error is given by the standard deviation.

	Kuboki and Oshi	ma (1966)	Owada and Kuboki (1973)		
Duration (minute)	Α	В	Duration (minute)	Α	В
40 - 20	0.65±0.07	0.08±0.17	40 - 6	0.66±0.09	0.09±0.16
14 - 6	0.65 0.06	0.09 0.12	5 –2	0.65 0.08	0.02 0.19
5 - 4	0.63 0.06	0.10 0.10			
3 - 2	0.58 0.07	0.14 0.10			

第4表の現象の継続時間をそのまま周期と考えれば、20~40 分の周期については、第2表のAuとBuにほぼ一致した値を示している。しかし、第2表のAuは約30 分より短い周期で、値が次第に小さくなるのに対し、第4表のAは、周期が約4分までほとんど変化していない。また、第2表のBuは周期が短くなるにつれて値も小さくなる傾向にあるが、第4表のBは、むしろ大きくなる傾向にある。第4表のBはAに比べて標準偏差がかなり大きいので、Buとの違いはAとAuの場合ほど明らかではない。第4表の周期の目安として用いられている継続時間は、Bayの場合には周期の半分と考えた方がよい。10分より長い継続時間の現象はBayを用いているので、継続時間を2倍にして第2表のAuと比べてみても、10~30分の周期についての違いは著しい。

この違いの原因として、従来の方法では虚数部が考慮されていないことが考えられる。第 4表のAとBを求める際、三成分の位相差がなるべく小さい変化を選んだとしているが、 短周期になるほどこの取扱いは困難になり、位相差の影響が含まれてくる。また、今回得ら れた変換函数によれば、従来の方法で得られた値Aと変換函数の値Auがよく一致してい る40~80分の周期でA。の値は小さく、値が一致していない15~30分ではA。の値は大き くなっている。虚数部を無視した従来の方法では正しいAとBの値が求まらないことを示 すものである。

15 分以下の周期については、今回の解析が信頼できないので値そのものの比較はできない が、第 2 表の A_u は、15 分の周期のところですでに 0.5 より小さくなっているのに対し、第 4 表の A は、2~3分の周期でもまだ 0.6 に近い値を示している。第 4 表の 10 分以下の継 続時間の現象には SSC や Si が用いられていて、これらの現象の継続時間を周期の目安と していることがこの違いの原因と考えられる。SSC や Si は単純な形で考えると、ステップ 函数に近い変化であり、周期解析をした場合には、長周期から短周期までの連続スペクトル になる。振幅は長周期ほど大きくなる。このことから、SSC や Si から得られた第 4 表の値 は、広範囲の周期にわたった A_u や B_u の値が寄与していて、特に、長周期の部分の寄与す る割合が大きい。柿岡の A_u の値は、長周期で大きく短周期にいくほど小さくなっていく傾 向にあるので、継続時間を周期と考えた場合には、その周期の実際の値より大きな値が得ら れることになる。このことから、SSC や Si のような現象の継続時間は、周期の目安になら ないことになる。

15 個の磁気嵐から得られた平均の変換函数については、虚数部の大きさや、周期特性が明 らかになった。しかし、個々の磁気嵐から得られた A と B は、信頼性があまり高くない。 個々の磁気嵐から得られた A と B の 95% の信頼区間の大きさは、15 個の平均の A と B の 95% 信頼区間の大きさの約4倍であり、周波数によって ±0.07~±0.31 程度になる。こ のことは、第3 図からも推定される。

10 番の磁気嵐の Au と Bu の場合や、13 番の磁気嵐の Av の場合のように、平均値から特 に大きくはずれてしまう場合もある。10 番の磁気嵐は、10 分以下の周期が比較的多い磁気 嵐のグループに入れられてはいるが、他の磁気嵐と比べてみて特に変わった磁気嵐というわ けではなさそうである。また、平均の変換函数に比較的似たような変換函数の得られた 02 番や07 番の磁気嵐に特徴があるわけでもない。スペクトル解析で得られた、 Z 成分のパワ ースペクトル密度の大きさ、H 成分と D 成分のパワースペクトル密度の比、といった量で 磁気嵐の違いを比べてみてもめだった違いはみられない。

このようなことから、 $1 \sim 2$ 個の磁気嵐からは信頼できる変換函数が求められない。少な くとも 5 個(できれば 10 個ぐらい)の磁気嵐を用いることが望ましいようである。 この 場 合,得られる変換函数の信頼区間の大きさは、周波数によって $\pm 0.03 \sim \pm 0.14$ (10 個の磁気 嵐の場合には $\pm 0.02 \sim \pm 0.10$)が期待できる。

個々の磁気嵐から得られる変換函数のばらつきの原因には,読取り誤差によるもの,解析 方法から生じたもの,および地磁気変化のうち(1)式にあてはまらない変化によるもの,が 考えられる。このほかに,最近,Yanagihara (1972)によって見出された変換函数の時間的 な変化が考えられるが,ここにみられた個々の変換函数のばらつきの原因ではない。06番, 07番および08番の磁気嵐は,連続した3日間に得られたものであるが,これらの磁気嵐か ら得られた変換函数にはかなりの違いがみられる。3日間で,地下に原因のある変換函数が 大きく変化するとは考えられない。特に,06番の磁気嵐から得られた変換函数が他の2つと 違いが大きいが,これは,06番の磁気嵐は10分以下の周期の変化が比較的多く含まれてい るため,読取りの誤差や,解析方法によって生じた誤差のため,正確な変換函数が求まらな

かったものと考えられる。

参 考 文 献

- 1) Everett, J. E. and R. D. Hyndman (1967): Phys. Earth Planet. Interiors, 1, 24-34.
- 2) 久保木忠夫·大島汎海 (1966): 地磁気観測所要報, 12, No. 2, 127-196.
- 3) Munk, M. H., F. E. Snodgrass and M. J. Tucker (1959): Bull. Scripps Inst. Oceanogr., 7, 283-361.
- 4) 大和田真一·久保木忠夫 (1973): 地磁気観測所技術報告, 13, No. 3, 24-32.
- 5) Parkinson, W.D. (1959): Geophys. J., 2, 1-14.
- 6) Rikitake, T. and I. Yokoyama (1955): Bull. Earthquake Res. Inst., Univ. Tokyo, 33, 297-331.
- 7) Yanagihara, K. (1972): Mem. Kakioka Mag. Obs., 15, No. 1, 1-11.

Transfer Functions at Kakioka

Masanori SHIRAKI and Kazuo YANAGIHARA

Abstract

It is a well known fact that vectors of geomagnetic short period variation have an approximate relation,

$\Delta Z = A \Delta H + B \Delta D$

between their components ΔH , ΔD and ΔZ . A and B are functions of frequency (period) and called transfer functions. In the present paper the transfer functions at Kakioka are obtained for the periods from 15 to 120 minutes by means of the method developed by Everett and Hyndman (1967) using fifteen geomagnetic storms. The present transfer functions are compared with A and B obtained by the traditional method. And some problems are discussed briefly.