

地電流の局所的異常

白木正規・柳原一夫

概 要

Magnetotelluric 法は地下の電気伝導度を推測するのに都合のよい簡単な方法であるが、地電流に異方性があるため実際の適用にはいろいろな困難を伴う。この地電流の異方性が対称的なものである場合については、著者の一人柳原によって検討され柿岡の測定値に対しての適用が試みられている。しかしより実際的にするには非対称性を考慮する必要があるので、この論文においては伝導度の違う領域を楕円形と仮定したものを二重において取扱った。

第一の楕円領域は堆積層にかこまれた基盤岩地域であり、第二の楕円領域は海の中にある陸地である。このようにして地下電気伝導度を求めると、日変化半日周期項に対応する深い所では、14Ωm という値がえられる。

1. は し が き

地下の電氣的構造を推定する有力な方法に Magnetotelluric 法がある。これは、一観測点で観測された磁場と電場の振幅あるいは位相の関係を調べる方法で、Cagniard⁽¹⁾によって提案された。

地球を半無限導体として、地下の電気伝導度は深さのみに依存したモデルを考える。このとき、水平方向に一樣な場が外部から与えられると、地表で観測される磁場と電場の水平成分の間には、

$$E^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \left(\frac{i\omega}{4\pi\sigma} \right)^{1/2} H^0 \quad (1)$$

という関係が導びかれる。ここで、

H^0, E^0 : 磁場および電場の水平ベクトル

ω : 角周波数

σ : みかけの電気伝導度

である。

(1) 式で示されるような簡易さから、この方法は地下の電気伝導度を推定するために多くの研究者によって用いられている。しかしながら、(1)式を導びくための仮定からもわかるように、この方法は単純化されたモデルから得られたものであるから、その適用には自然現象が仮定されたモデルで近似できるかどうか注意する必要がある。

この近似に関して、これまで多くの議論がなされている。外部から与えられる場が水平方向に一樣であるという近似については、Wait⁽²⁾や Price⁽³⁾などの議論がある。また、電気伝導度の分布が水平方向には変わらないという仮定に関する議論は、Yanagihara⁽⁴⁾などが行っている。

地電流の電場が非常に大きな局所性を示すことはよく知られている。Magnetotelluric 法は非常に簡易な方法でありながら、観測される電場が異方性を示すために適用が困難である。Yanagihara⁽⁶⁾ は、この異方性の原因は地殻表層の電気伝導度の分布が一様でないために起ると考えた。そして、柿岡の電場から電気伝導度の不均一な分布の影響を除いた後、Magnetotelluric 法を適用して一応の成果を収めた。

ここでは、電場の異方性の原因とその影響を除く方法について Yanagihara の議論を更に進めたい。

2. 地電流の異方性

地電流の電場が観測される場所によって非常に大きな局所性を示すことはよく知られている。これは、地殻表層が海、堆積層、基盤岩の複雑な分布から構成されているため、そこを流れる地電流もまた複雑な分布を示すためであろう。

地下の電気伝導度の分布が全く均一であれば、(1)式が示すように、磁場と電場とは位相差 $\pi/4$ を除いて直交する。しかしながら、実際には不均一な分布をしているため必ずしも直交していない。

地磁気の磁場ベクトルの向き θ_m と地電流の電場ベクトルの向き θ_e を図1のようにとれば、柿岡の1969年の短周期変化の現象について、 θ_m と θ_e の関係は図2のとうりである。この図では、磁場と電場の位相差は除かれている。図2からわかるように、 θ_m と θ_e 関係は、直交性を示す直線から著しくはずれている。このずれは、地表附近の電気伝導度の不均一な分布によって生じたみかけの異方性を示している。

このことは、短周期変化ばかりでなく日変化についてもいえる。1953年から1964年までの静穏日について平均した日変化について、 θ_m と θ_e の関係は図3に示すとうりである。日変

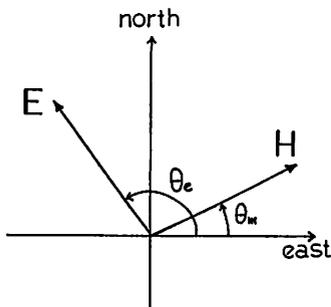


Fig. 1. The directions of magnetic field H and electric field E reckoned from the east.

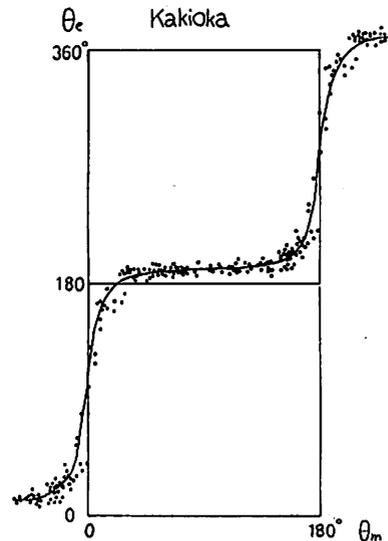


Fig. 2. The relation between θ_m and θ_e for short period variations at Kakioka.

化の場合には、磁場と電場の位相差を除くのは困難である。位相差を $0, \pi/8, \pi/4, 3\pi/8$ と仮定した四つの場合について θ_m と θ_e の関係を調べると、図3からもわかるように、位相差を除いた短周期変化の曲線に近いのは、位相差を $\pi/4$ と仮定した曲線である。日変化と短周期変化の間にそれほど著しい違いがないとすれば、日変化の位相差は、地球を均質と仮定したときの位相差 $\pi/4$ に近いと考えられる。このことは、地球が近似的に均質球であることを示している。そして、図にみられる直線からのずれは、地殻表層の電気伝導度の複雑な分布によって電場がゆがめられて観測されるためと考えられる。

日変化の位相差を $\pi/4$ として、女満別についても柿岡と同じ期間について $\theta_m-\theta_e$ 曲線を求めた。また、鹿屋については、1958年から1964年までの静穏日から求めた。また、両地点の短周期変化についても1969年の資料から求めた。これらは、図4、5、6に示されている。

これら3地点での $\theta_m-\theta_e$ 曲線は著しく異っている。地電流の電場の局所性を示すには、主方向ベクトルが用いられる。これは、磁場の変化が南北方向に多いため、磁場がほぼ南北に変化したときの電場の統計的平均の方向として求められる。しかし、図5、6からわかるように、女満別、鹿屋の電場の方向は、磁場のほぼ南北の変化に対していろいろな方向をとり、主方向を決めるには注意が必要である。

次に、 $\theta_m-\theta_e$ 曲線にみられる異方性について考察しよう。この異方性は、(1)式の関係を満たす電場 E^0 が、地殻表層の複雑な分布によって修飾されて、電場 E として観測されるためと考える。 E^0 と E の間には、

$$E = (\Psi) E^0 \tag{2}$$

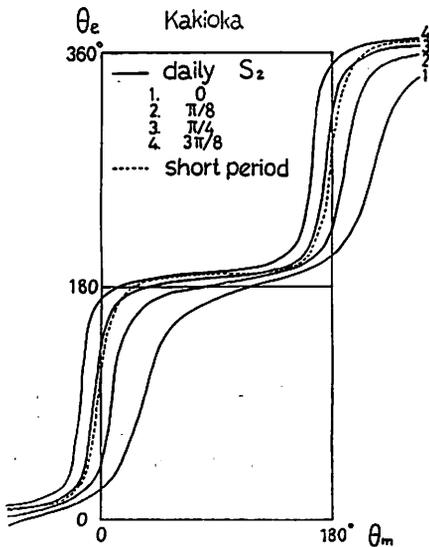


Fig. 3. The relation between θ_m and θ_e for daily S_2 variation at Kakioka. Four cases of phase difference between H and E are assumed.

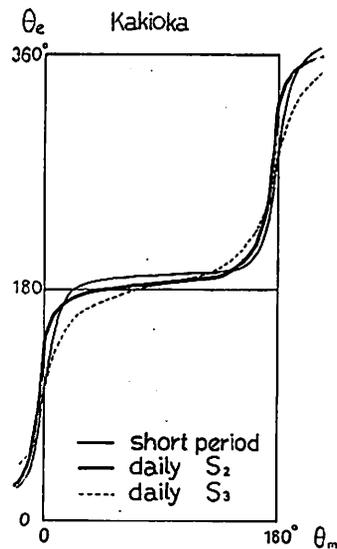


Fig. 4. The relations between θ_m and θ_e for short period and daily variations at Kakioka.

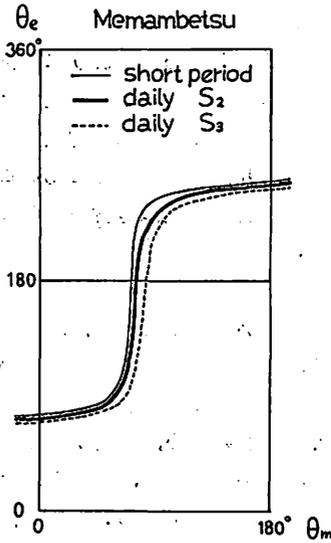


Fig. 5. The relations between θ_m and θ_e for short period and daily variations at Memambetsu.

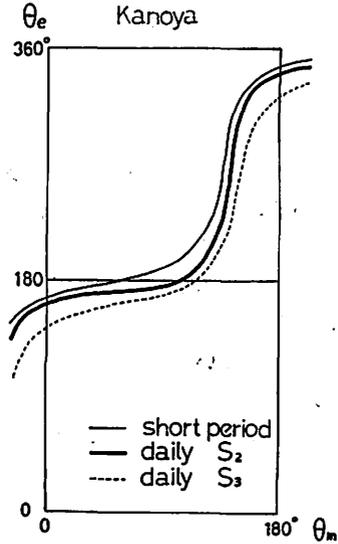


Fig. 6. The relations between θ_m and θ_e for short period and daily variations at Kanoya.

という関係が満たされると仮定する。ここで、 (Ψ) は二階のテンソルであり、観測される電場の異方性を示す。一方、磁場については、磁場が観測点のまわりの積分効果として観測されるため、地殻表層の局所的な不均一さによって著しい修飾は受けないと考えられ、観測される磁場 H と(1)式の磁場 H^0 の間には、 $H = H^0$ の近似が成立するとしてよい。そこで、(1)式と(2)式から位相差 $\pi/4$ を除いて、

$$E = \lambda \begin{pmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} H^0 \quad (3)$$

と表わされる。ただし、

$$\lambda = \left(\frac{\omega}{4\pi\sigma} \right)^{1/2} \quad (4)$$

であり、均質な球で近似された地球の内部の性質を示す量である。また、 Ψ_{11} 、 Ψ_{12} 、 Ψ_{21} 、 Ψ_{22} は観測点のまわりの不均一な電気伝導度の分布によって決まる量である。

(3)の関係から、日変化の S_2 について $\lambda(\Psi)$ を求めると、柿岡、女満別、鹿屋の三地点について次のとおりである。

$$\text{柿岡} \quad \lambda(\Psi) = \begin{pmatrix} 0.087 & 0.111 \\ -0.074 & 0.937 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\text{女満別} \quad \lambda(\Psi) = \begin{pmatrix} 0.106 & 0.060 \\ 0.034 & 0.041 \end{pmatrix} \quad (6)$$

鹿屋 $\lambda(\Psi) = \begin{pmatrix} 0.032 & -0.005 \\ -0.092 & 0.147 \end{pmatrix}$ (7)

これら3地点とも、 $\lambda\Psi_{11}$ と $\lambda\Psi_{22}$ の値を比べれば著しい異方性を示していることがわかる。 $\lambda\Psi_{11}$ と $\lambda\Psi_{22}$ の違いによる異方性は、柿岡の場合について、Yanagihara⁽⁶⁾ が観測点のまわりの電気伝導度の分布を楕円領域で近似して、定常流の問題として解いた。この場合彼は、テンソル(Ψ) は対称テンソルと仮定している。

しかしながら、(5), (6), (7)の式で $\lambda\Psi_{12}$ と $\lambda\Psi_{21}$ の値を比べてみれば、電場の異方性を示すテンソル(Ψ) は対称テンソルでないことは明らかである。そして、この非対称性を無視するには余りに大きな量であるので、この点を考慮に入れて問題を考える必要がある。

3. 二重に楕円領域を考えたモデル

地電流の局所的異常を説明するために、次のようなモデル⁽⁶⁾を考えよう。図7に示されるように、半無限の様な地殻表層に電気伝導度の異なる楕円形の領域を考える。このとき、楕円領域の外では磁場と電場は(1)式の関係を満たし、楕円領域の内部では電場は修飾を受けて(2)式の関係を満たすとす。

このとき、(2)式に示されるテンソル(Ψ)は、

$$(\Psi) = \begin{pmatrix} k_a \cos^2 \theta + k_b \sin^2 \theta & (k_b - k_a) \sin \theta \cos \theta \\ (k_b - k_a) \sin \theta \cos \theta & k_a \cos^2 \theta + k_b \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$
 (8)

と表わされる。ここで、

$$k_a = \frac{1 + b/a}{1 + (\sigma/\sigma_0)(b/a)}, \quad k_b = \frac{1 + b/a}{b/a + \sigma/\sigma_0}$$
 (9)

である。ただし、

- a, b : 楕円形の長軸, 短軸の長さ
- σ, σ_0 : 楕円領域の内部および外部の電気伝導度
- θ : 楕円の長軸と北の方向との間の角

である。

(8)式からもわかるように、このモデルの異方性を示すテンソルは対称テンソルである。二階の対称テンソルの積は非対称になることから、上のようなモデルを二重に考えると異方性は非対称になる。すなわち、図8のように、一様な地殻表層に電気伝導度の異った二重の楕円領域を考える。

大きな楕円形の第一楕円領域の外部では、磁場と電場は(1)式の関係を満たす。この電場が、第一楕円領域の内部では(8)式で表わせるような修飾を受けて E^1 として観測される。そ

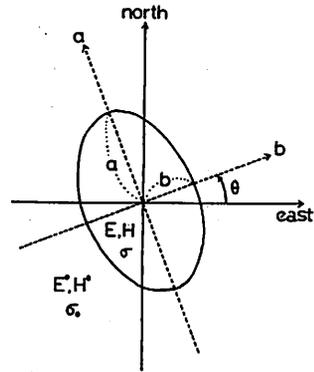


Fig. 7. Elliptical model of the different conductivity region in the uniform crustal surface.

して、 E^1 が第二楕円領域の内部では、更に修飾を受けて E として観測される。

このことは、 (α) 、 (β) を二階の対称テンソルとして、

$$E^1 = (\alpha) E^0 \quad (10)$$

$$E = (\beta) E^1 \quad (11)$$

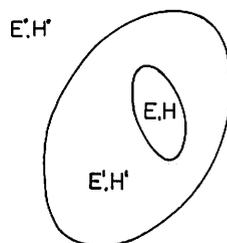
と書ける。ここで、 (α) 、 (β) は(8)式のような形で表わされる。これらの式から、

$$E = (\beta) (\alpha) E^0 = (\Psi) E^0 \quad (12)$$

となり、 $(\Psi) = (\beta) (\alpha)$ は非対称テンソルである。

観測から求められた (Ψ) は、(5)、(6)、(7)からもわかるように非対称を示している。この非対称性の原因は、8図に示されているようなモデルの場合のように、(1)式を満たす電場が二重に修飾を受けたためと考えられる。

実際、地球の表層附近は、海、堆積層、基盤岩が複雑な分布をしていて、これらは、電気伝導度の違いから、非常に粗っぽくいえば上のようなモデルで近似できると考えられる。第一楕円領域を与えるのは、恐らく海と陸の分布であろう。また、第二楕円領域を与えるのは、堆積層と基盤岩の分布であると思われる。柿岡の近傍にこのモデルを適用してみよう。



$$E^1 = (\alpha) E^0, \quad E = (\beta) E^1 \\ H^1 = H^0, \quad H = H^1$$

Fig. 8. Double elliptical model for the conductivity distribution around Kakioka.

4. 柿岡におけるモデルの適用

前節で述べたように、観測される電場の非対称な異方性が、二重の楕円領域によって修飾を受けるためと考えれば、(10)および(11)式のテンソル (α) 、 (β) は対称テンソルであるから、

$$(\alpha) = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix}, \quad \alpha_{12} = \alpha_{21} \quad (13)$$

$$(\beta) = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{pmatrix}, \quad \beta_{12} = \beta_{21} \quad (14)$$

とおく。このとき、(12)式の $(\Psi) = (\beta) (\alpha)$ なる非対称テンソルは、

$$(\Psi) = (\beta) (\alpha) = \begin{pmatrix} \alpha_{11}\beta_{11} + \alpha_{21}\beta_{12} & \alpha_{12}\beta_{11} + \alpha_{22}\beta_{12} \\ \alpha_{11}\beta_{21} + \alpha_{21}\beta_{22} & \alpha_{12}\beta_{21} + \alpha_{22}\beta_{22} \end{pmatrix} \quad (15)$$

と書ける。この式で、

$$\frac{\alpha_{11}}{\alpha_{22}} = a_1, \quad \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{22}} = a_2, \quad \frac{\beta_{11}}{\beta_{22}} = b_1, \quad \frac{\beta_{12}}{\beta_{22}} = b_2 \quad (16)$$

とおけば(15)式は、

$$(\Psi) = \alpha_{22}\beta_{22} \begin{pmatrix} a_1b_1 + a_2b_2 & a_2b_1 + b_2 \\ a_1b_2 + a_2 & a_2b_2 + 1 \end{pmatrix} \quad (17)$$

と表わせる。

この非対称テンソルは、第二楕円領域内で、磁場と電場の観測から(3)式を用いて $\lambda(\Psi)$ という形で求められる。これを、

$$\lambda(\Psi) = \lambda \Psi_{11} \begin{pmatrix} 1 & L \\ M & N \end{pmatrix} \quad (18)$$

と書けば、(17)式と比べて、

$$L = \frac{a_2 b_1 + b_2}{a_1 b_1 + a_2 b_2}, \quad M = \frac{a_1 b_2 + a_2}{a_1 b_1 + a_2 b_2}, \quad N = \frac{a_2 b_2 + 1}{a_1 b_1 + a_2 b_2} \quad (19)$$

と書ける。柿岡の非対称テンソルは、日変化の S_2 について(5)式で求められているので、(19)式から、

$$L = 1.27, \quad M = -0.85, \quad N = 10.8 \quad (20)$$

という値をもつ。

一方、第一楕円領域内の電場 E^1 は、(1)と(10)式とから、

$$E^1 = \lambda \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} H^0 \quad (21)$$

と表わせる。これから、

$$H^0_x / H^0_y = \tan \theta^0_m, \quad E^1_x / E^1_y = \tan \theta^1_e \quad (22)$$

とおけば、(19)と(14)を用いて、

$$\tan \theta^1_e = \frac{a_1 - a_2 \tan \theta^0_m}{a_2 - \tan \theta^0_m} \quad (23)$$

という関係が導びかれる。

柿岡の場合、第二楕円領域を柿岡の位置する基盤岩の部分とすれば、そのまわりの堆積層のところで観測された電場は E_1 と考えられる。この電場 E^1 は、磁場 H^0 との間に、Yokouchi⁽⁶⁾によれば、平均的な方向として、

$$(\theta^0_m, \theta^1_e) = (80^\circ, -22^\circ) \quad (24)$$

という関係がある。

(20)と(24)で L, M, N および (θ^0_m, θ^1_e) が与えられたので、(19)と(23)式から a_1, a_2, b_1, b_2 の値が決められる。柿岡の日変化の S_2 について、

$$\begin{aligned} a_1 &= -1.09, & a_2 &= -0.210 \\ b_1 &= 0.112, & b_2 &= 0.139 \end{aligned}$$

である。

次に個々の楕円領域の形と方向について考える。まず、第二楕円領域で(8)式から、

$$\begin{aligned}
 \beta_{11} &= k_a \cos^2 \theta + k_b \sin^2 \theta \\
 \beta_{22} &= k_a \sin^2 \theta + k_b \cos^2 \theta \\
 \beta_{12} &= (k_b - k_a) \sin \theta \cos \theta
 \end{aligned} \tag{25}$$

と表わされる。これから、(10)を用いて、

$$\tan 2\theta = \frac{2b_2}{1-b_1} \cdot \frac{k_b}{k_a} = \frac{1 + \frac{1}{\cos 2\theta} \cdot \frac{1-b_1}{1+b_1}}{1 - \frac{1}{\cos 2\theta} \cdot \frac{1-b_1}{1+b_1}} \tag{26}$$

となる。

第二楕円領域の内と外には基盤岩と堆積層を考えたので、それらの電気伝導度 σ と σ_1 の間には、 $\sigma \ll \sigma_1$ とみなしうる。この条件を用いると、(9)式は簡単になって、

$$\begin{aligned}
 k_a &= 1 + b/a \\
 k_b &= a/b (1 + b/a)
 \end{aligned} \tag{27}$$

と近似できる。

先に求められた b_1 , b_2 を(26)と(27)に代入すれば、 θ , a/b , k_a , k_b が決められる。実際、 S_2 について値を求めれば、

$$\theta = 9^\circ, \quad a/b = 11.3 \tag{28}$$

$$k_a = 1.09, \quad k_b = 12.3 \tag{29}$$

である。更に、(25)式から対称テンソル(β)が決められて、

$$(\beta) = \begin{pmatrix} 1.34 & 1.67 \\ 1.67 & 12.0 \end{pmatrix} \tag{30}$$

となる。

同じようにして、第一楕円領域についても、 θ , a/b , (α) を求めると、

$$\theta = -51^\circ, \quad a/b = 1.58 \tag{31}$$

$$(\alpha) = \begin{pmatrix} 2.20 & -0.56 \\ -0.56 & 2.02 \end{pmatrix} \tag{32}$$

となる。

(28)と(31)で求められた θ と a/b は、それぞれ楕円領域の方向と形を与える。楕円領域の大きさと位置については決められないが、第二楕円領域は堆積層と基盤岩の分布を考えたことと、第一楕円領域は海と陸の分布によって与えられるとすれば、適当に大きさと位置を考えて、第二楕円領域については図9のような方向と形をしており、第一楕円領域については図10のような方向と形をもっている。これまでの非常に粗っぽい近似にもかかわらず、これらの二つの楕円領域の方向と形が地形とよく似ていることは、非常に興味深いことである。

これらの楕円領域の大きさと位置について、特に第一楕円領域については問題が多いが、

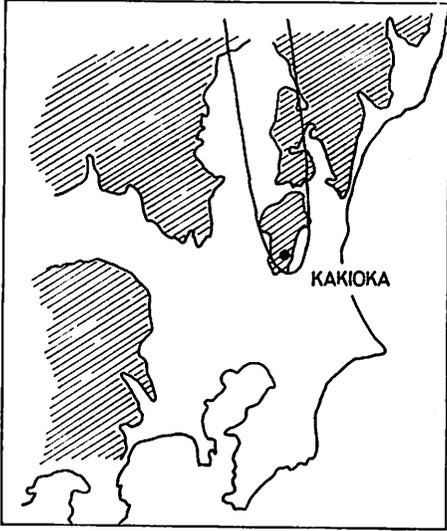


Fig. 9. The direction and shape of inner ellipse around Kakioka. The shaded area is rock region.

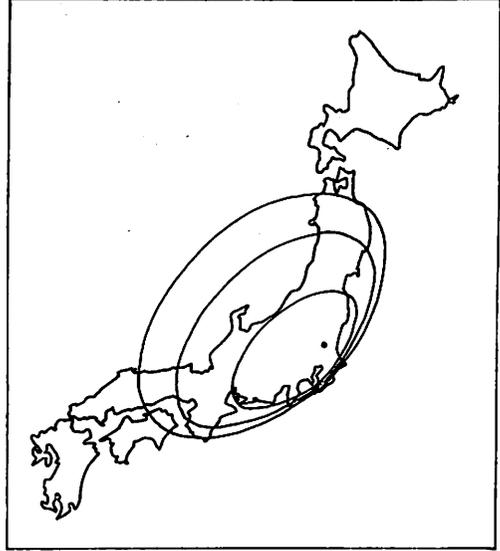


Fig. 10. The direction and shape of outer ellipse around Kakioka. The size and position are not determined.

これらの楕円領域は、観測点の附近の電気伝導度の分布を代表する等価的な楕円形と考えられる。このことから、柿岡における電場の修飾に関するテンソルの非対称性が、二重に楕円領域を考えるモデルによって説明するのは無理なことではない。

最後に、観測された電場に二重の楕円領域の影響を考慮すれば、(5)と(4)式から

$$\lambda(\alpha_{11}\beta_{11} + \alpha_{22}\beta_{22}) = 0.087 \quad (33)$$

である。(30)と(32)を用いれば λ が求まって、

$$\lambda = 0.0403 \text{ mV/km} \cdot \gamma \quad (34)$$

となる。

均質球で近似された地球のみかけの比抵抗を ρ_a とすれば、

$$\rho_a = 0.2\lambda^2 T \quad (35)$$

と与えられる⁽⁴⁾。ただし、 T は周期である。

これらの式から、 S_2 について ρ_a を求めれば、

$$\rho_a = 14\Omega \cdot m$$

という値である。この値は、磁場を球函数に展開して求めた値⁽⁷⁾と非常に近い値をもっていることから、ここで用いたモデルによって地殻表層の電気伝導度の不均一な分布による電場の修飾はかなり除かれたものと期待される。

文 献

- (1) Cagniard, L. (1953): *Geophysics*, 18, 605-635.
- (2) Wait, J. R. (1954): *Geophysics*, 19, 281-289.
- (3) Price, A. T. (1962): *J. Geophys. Res.*, 67, 1907-1918.
- (4) 柳原一夫(1968): CAシンポジウム講演集, 233-236.
- (5) 柳原一夫, 横内恒雄(1965): 地磁気観測所要報, 12, 105-113.
- (6) 横内恒雄(1965): 地磁気観測所技術報告, 5, 1-11.
- (7) Rikitake, T. (1950): *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 28, 45-100.

Local Anomaly of Earth Currents

Masanori SHIRAKI and Kazuo YANAGIHARA

Abstract

Magnetotelluric analysis is a simplified method to deduce the conductivity distribution under the ground. However anisotropy of earth currents makes it difficult to apply the method for practical problems.

The case when the anisotropy was symmetric was solved by Yanagihara previously using a single elliptical model at Kakioka. Here we use a double elliptical model to explain the asymmetric anisotropy which is the real case at Kakioka.

Inner ellipse may represent the region of high resistivity rocks surrounded by sediments and the distribution of sea and land may be equivalent to outer ellipse.

Eliminating the local effect of earth currents, the apparent resistivity for S_2 of daily variations is obtained to be 14 Ω m.