

空間電荷と電位傾度との相関

三 崎 方 郎

The Relation between Space Charge and Potential Gradient

by Masao MISAKI

It is often found that atmospheric space charge density alters well correspondingly to potential gradient when they are observed at less than a few meters above the ground. From the results obtained at the Kakioka Magnetic Observatory, this correspondence is seen only when the values of potential gradient attain more than a few hundred volts per meter. Diurnal variations of both elements in quiet days are much different each other. The observational relations between space charge and potential gradient is shown in Fig. 6, in which it is obviously seen that space charge density tends to the saturated value of $0.4\sim 0.5$ statcoulomb/m³ when field increases sufficiently intense such that it exceeds 1000~1500 volt/meter.

It is considered that "electrode-effect" would play a important role in the correspondence of space charge to potential gradient. From the equations of ion-equilibrium (eqs. (1)~(4)), space charge due to electrode-effect near the ground was calculated. In the course of the deduction, it is assumed that electrical condition is stationary, and that meteorological eddy diffusion can be ignored. Since the current of large ions (i_l, i_{ll}) can be neglected, field affects only small ions but large ions, forming space charge near the ground. Space charge which consists of small ions is given by eq. (28) or ρ_s -curve in Fig. 7 (in eq. (28), the height: 1.5m above the ground).

The distribution of large ions should be determined by the ion-equilibrium law, that is, large ion density depends on small ion and nucleus numbers at the place where that large ions exist. In such a way, large ions in addition to small ions form the total space charge which is shown by ρ_{s+l} -curve in Fig. 7.

The vertical distribution of space charge that is formed by electrode-effect is given in Fig. 8 in the cases of $E=100$ volt/meter and 1000 volt/meter, which shows the steep decrement with height in a few meters above the ground.

Comparing Fig. 6 with 7, we can see that ρ_s -curve coincides with the observational results, but ρ_{s+l} -curve does not. It seems that turbulent motion of the air is likely to diffuse large ions and make their distribution uniform.

Owing to some unknown factors, so to speak "noise", the points in Fig. 6 are dispersed to some degree. Since the space charge resulted from electrode-effect. in weak field such as at calm days, may be merged into this noise, space charge observed does not correspond apparently to potential gradient. When the field becomes more intense, however, the electrode-effect grows predominant, and consequently, the variations of space charge behave correspondingly to those of potential gradient.

§ 1. 緒 言

地上数米以内で測定された空間電荷と電位傾度とを比較してみると、両者の変化に可成り良い並行性があるということは、以前よりしばしば注目されたところである。この場合、電場が正であれ

ば、空間電荷も正であつて、電場が負に反転すれば、空間電荷も負値をとつている。このような現象を解釈するに當つて、一応、次の二つの場合が考えられる。空間電荷と電位傾度との相互関係において、それらの変化のどちらが原因であつて、どちらが結果であるか、ということである。即ち、

(イ) 空間電荷の変化が原因となつて、電位傾度に変化する場合。

(ロ) 電位傾度の変化が原因となつて、空間電荷に変化する場合。

ここで云う空間電荷とは、測点におけるものであるから、前述したように、地上数米以内の場所のものを指す。測点以外の空間電荷の影響は電位傾度として表示されることになる。従つて、(イ)に相当する場合としては、地面近くに、帯電した霧、烟霧等が分布した場合とか、附近の焚火の煙が測点に入つてきた時等であつて、いずれにしても、何等かの力学的外力によつて、空間電荷を測点に押し込んだ場合である。測点を含めて、地上より上空迄の空間に、力学的の外力によつて、電荷が押し込まれた場合は、従つて、(イ)と(ロ)とが混合した場合となる。

次に(ロ)について述べる。電場が存在する以上、地表面附近では、常に極作用の結果として、空間電荷が存在する筈である。そして、測点上空の帯電状態、乃至、測点近傍の電気伝導度の変化等により、電位傾度に変化すれば、当然、その極作用としての空間電荷を変化することになる。通常の地上での状態では、(ロ)の作用は常に存在すると考えねばならぬのに対して、(イ)の如き場合は、寧ろ少いと考えられる。したがつて問題は、測定された空間電荷の量を極作用の結果として説明できるかどうか、ということに残る。

本文中では、まず、空間電荷の変化と、電位傾度の変化とが、どのような場合に、そして又、どのような程度に並行しているかを述べて、次に、この並行性が(ロ)によるものであると考えてよい可能性を推論する。

〔附記〕 柿岡における空間電荷の観測は、かつて1935年10月より、約2ケ年間行われ、その結果は既に横内幸雄氏により報告されている。⁽¹⁾ 今回報告する資料は、やはり、前と同様に Thomson 法によるもので、観測に用いた金網筒は1950年に新たに製作したものである。その直径は140 cmであつて、金網、導線等はすべて真鍮材を用い、接触電位差を減らすことに努力してある。これを観測小舎の西側壁より150 cm、地上より170 cmの点に中心を置いて設置し、理研製単繊維電位計によつて記録した。

柿岡における空間電荷の一般的特性は、前記横内氏の論文の中に詳細に述べられてある。今回の観測結果も、ほぼ同様であつて、特に記し添えるべきものはない。

§ 2. 静穏日における相関

静穏日における両者の変化を比較してみると、空間電荷と電位傾度とは決して並行しているとは云われぬ。(Fig. 1. 参照)

まず、電位傾度の変化が極めて平滑なものであるのに対して、空間電荷の記録には短週期(数分

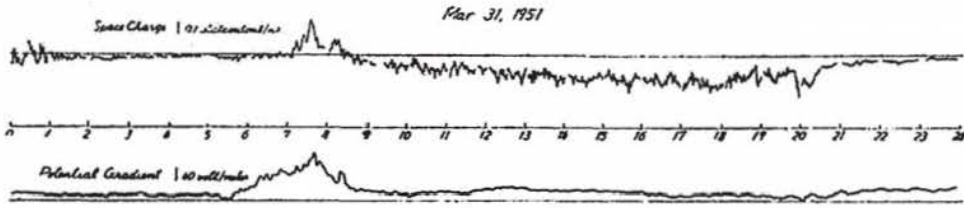


Fig. 1.

程度)の振動が著しく現われている。しかし、空間電荷の変化に全く規則性がないというのではなく、およそ日変化はやはり定型である。Fig. 2 に毎時値を時刻別に月平均して求めた日変化図

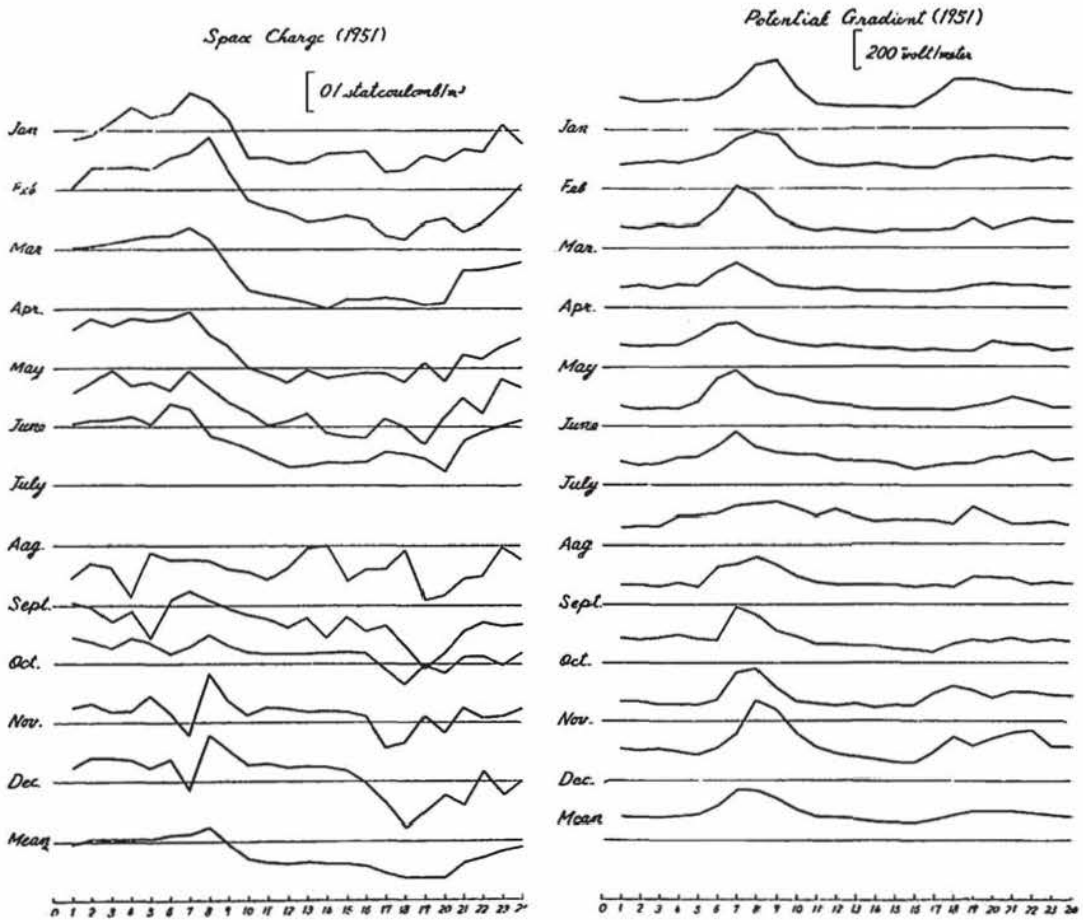


Fig. 2.

を示す。資料は 1951 年の 1 ケ年分である。

一年平均のものについて、調和分析してみると、

$$E = 136.5 + 29.8 \sin(15^\circ t + 352^\circ) + 43.9 \sin(30^\circ t + 209^\circ)$$

(E : 電位傾度, volt/meter)

$$\rho = -0.033 + 0.051 \sin(15^\circ t + 15^\circ) + 0.004 \sin(30^\circ t + 0^\circ)$$

(ρ : 空間電荷, statcoulomb/m²)

となり、一日週期の成分については、 E 及び ρ の極大の起時は一致しているが、半日週期の成分の振巾は、 E に比べて ρ には殆んど認められない。したがって、縦軸に E 、横軸に ρ をとつて、vector diagram を作つてみると、Fig. 3 のようになり、輪を画くことになる。これは月毎にとつてみても、大体同じ形になる。

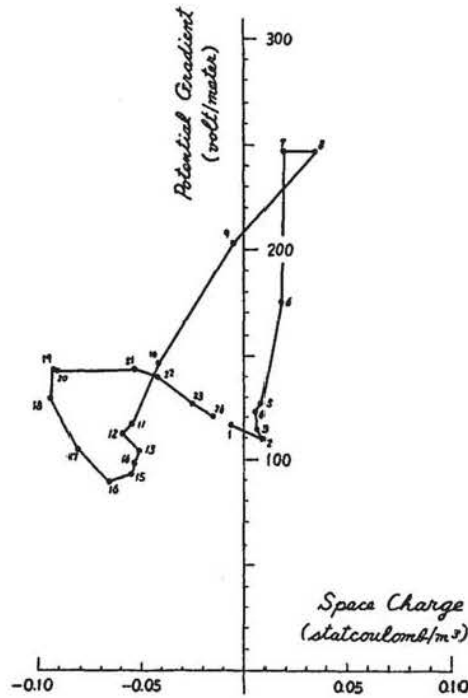


Fig. 3.

以上は平均値についてであるが、個々の値、即ち、全毎時値をとつて、Fig. 3 と同様に ρ - E 図を画くと、点は全く不規則に分布してしまう。しかし、電位傾度に半日週期の変化があつて、空間電荷にはそれが無いことを考えて、一日を、23時より11時迄と、12時より22時迄とに分ける。そして前者を \cdot で、後者を \times で表わすと、Fig. 4 となる。図中、破線で二分して示すように各半日の間では、大体の傾向として、両者の間に正の関係があるという程度に過ぎない。即ち、静穏日日夜変化程度の電場の強さでは、電位傾度と空間電荷との間には一対一の対応がみられず、期待した極作用の結果はたとえあつたとしても、陽に現われてはいないということになる。電位傾度が正であつても、空間電荷は正であるとは限らず、負値をとることも多い。ただし、ここで再び留意しておく

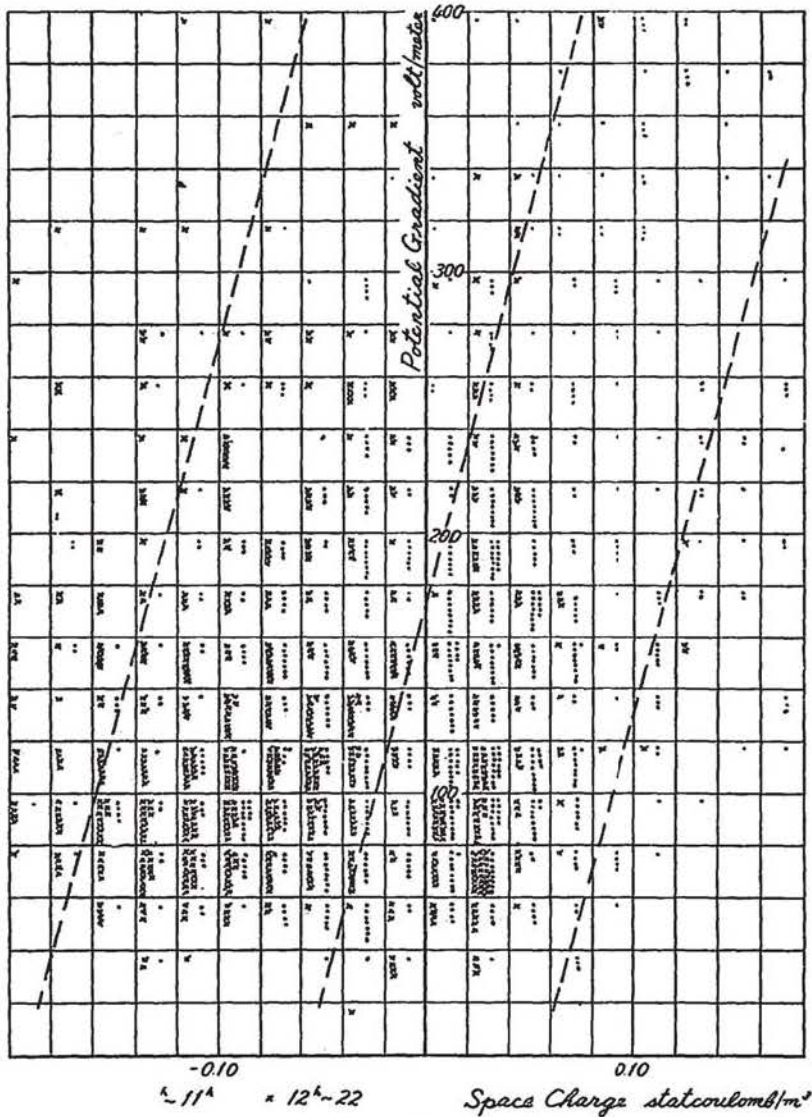


Fig. 4.

ことは、両者の極大の起時が略々一致しているということである。このことに関しては、§ 5において触れよう。

§ 3. 擾乱時（高偏電位時）における相関

静穏なときに殆んど対応しなかつた空間電荷と電位傾度とは、擾乱時となると全く様子が変わってくる。天気状態が擾乱すると、電位傾度は正、又は負に変化し、その絶対値が異常に大きくなることは衆知の通りであるが、この時に、空間電荷も又通常値を遙かに超えて、かつ又、その変化が電位傾度のそれと全く対応している。その一例を Fig. 5 に示す。

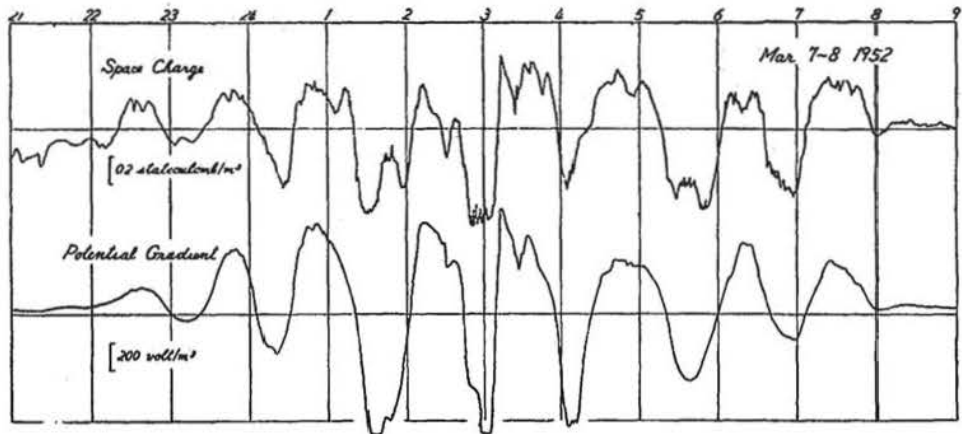


Fig. 5.

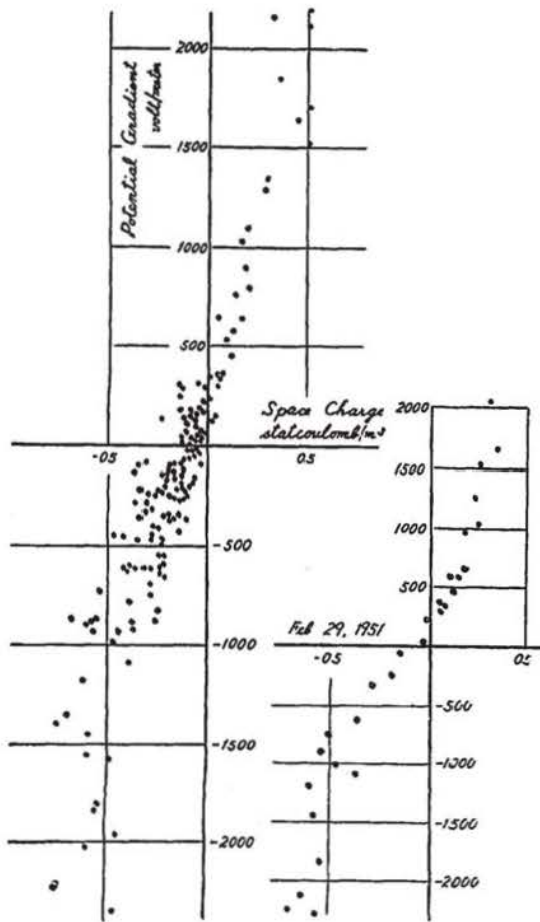


Fig. 6a

Fig. 6b

いくつかの擾乱時の記録より、読み取り易い点（例えば、変化の極大、極小等）を拾つて、前節同様に ρ - E 図に載せると、Fig. 6 a の如くなり、一つの曲線の上に可成り良く載ることがわかる。この場合、長時間に亘る擾乱記録より、任意の区間を数時間程度にとつて、その中の点のみを読みとり、両者の変化を比べると、対応は更に良くなる。その一例を Fig. 6 b に示す。かように、小区間毎に ρ - E 曲線をつつてみると、それが時間経過とともに、左右に原点を移動していることがわかる。それで、いくつかの擾乱記録よりの測定値を一つの図に併せて載せてしまうと、Fig. 6 a のように分散が大きくなつてしまうわけである。これは勿論、筆者が現在考慮に入れていない何等かの要素（たとえば、測定装置系における接触電位差、等）があつて、両者の対応を乱しているのであらう。

前節に述べたように、静穏日には両者の対応がみられないということも、電位傾度、乃至、空間電荷の変化の振巾が、日変化程度に小さい

場合には、この分散の中に埋もれてしまうのである。したがって、両者の間に単純な関係を図示し得なかつたのだということが出来る。

Fig. 6 について注目すべき事は、電位傾度の値が充分大きくなると、空間電荷は一定の飽和値に近づく、ということである。電位傾度が1000~1500V/mで、空間電荷は0.4~0.5 statcoulomb/m³に達し、殆んど飽和した形になつている。

以上が観測された結果の概要である。いささかの乱れはあるが、電位傾度が200~300V/mを超えると、両者の対応が明瞭に見うけられるので、次節には、極作用による空間電荷の量について考察を進めてみよう。

§ 4. 極作用の結果として生ずる空間電荷

仮定として、空気の乱流によるイオン拡散等の力学的現象は考慮に入れず、極作用のみによるイオン分布を計算する。

イオン平衡の式

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dn_1}{dt} = -\frac{1}{e} \operatorname{div} i_1 + q - \alpha n_1 n_2 - \eta_{12} n_1 N_2 - \eta_{10} n_1 N_0 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dn_2}{dt} = \frac{1}{e} \operatorname{div} i_2 + q - \alpha n_1 n_2 - \eta_{21} n_2 N_1 - \eta_{20} n_2 N_0 \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN_1}{dt} = -\frac{1}{e} \operatorname{div} i_I + \eta_{10} n_1 N_0 - \eta_{21} n_2 N_1 \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN_2}{dt} = \frac{1}{e} \operatorname{div} i_{II} + \eta_{20} n_2 N_0 - \eta_{12} n_1 N_2 \end{array} \right. \quad (4)$$

ここで i_1 : 正の小イオンに依る電流

i_2 : 負の小イオンによる電流

i_I : 正の大イオンによる電流

i_{II} : 負の大イオンによる電流

大略の推算によると、通常の場合の強さでは、 $\operatorname{div} i_I$ 、及び、 $\operatorname{div} i_{II}$ は他の項に比べて2桁ばかり小さいことがわかる。したがって、この項を無視する。

定常状態を考えると、

$$(3) \text{ より } \quad \eta_{10} n_1 N_0 = \eta_{21} n_2 N_1 \quad (5)$$

$$(4) \text{ より } \quad \eta_{20} n_2 N_0 = \eta_{12} n_1 N_2 \quad (6)$$

(5), (6) を (1), (2) に入れると

$$\frac{1}{e} \operatorname{div} i_1 = q - \alpha n_1 n_2 - \eta_{12} n_1 N_2 - \eta_{21} n_2 N_1 \quad (7)$$

$$-\frac{1}{e} \operatorname{div} i_2 = q - \alpha n_1 n_2 - \eta_{21} n_2 N_1 - \eta_{12} n_1 N_2 \quad (8)$$

(7), (8) より

$$\frac{1}{e} \operatorname{div} (i_1 + i_2) = \operatorname{div} (\kappa_1 n_1 E + \kappa_2 n_2 E) = 0$$

イオン分布及び E は x, y 方向に一様であるとし、更に $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$ として、 κ 及び E を z につき常数であるとする。(実際に測定された空間電荷は、前節に述べたように、飽和値で $0.4 \text{ statcoulomb/m}^3$ 程度である。この場合には、 E は 1000 V/m を超えており、しかも、 $\frac{dE}{dz}$ は $0.15 \frac{\text{V}}{\text{m}} / \text{cm}$ に過ぎないから E は z に対して常数であるとして差支えない。)

したがって

$$\frac{d(n_1 + n_2)}{dz} = 0$$

$$\therefore n_1 + n_2 = 2n \quad (n: z \text{ につき const.}) \quad (9)$$

$$\text{又同様に } N_1 + N_2 = 2N \quad (N: z \text{ につき cons.}) \quad (10)$$

更に、 $\eta_{12} = \eta_{21} = \eta$ とし、 α の項を無視すると⁽³⁾、(7)、(8) は次の如くなる。

$$\kappa E \frac{dn_1}{dz} = q - \eta (n_1 N_2 + n_2 N_1) \quad (11)$$

$$-\kappa E \frac{dn_2}{dz} = q - \eta (n_1 N_2 + n_2 N_1) \quad (12)$$

又、(5)、(6) より

$$\left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right) \quad (13)$$

(10) を (13) に用いて、

$$\left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 = \frac{N_1}{2N - N_1} \quad \therefore N_1 = \frac{2N n_1^2}{n_1^2 + n_2^2} \quad (14)$$

同様に

$$N_2 = \frac{2N n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} \quad (15)$$

(14)、(15) を (11)、(12) に代入して、 N_1 、 N_2 を消去すると、

$$\kappa E \frac{dn_1}{dz} = q - 4\eta n N \frac{n_1 n_2}{n_1^2 + n_2^2} \quad (16)$$

$$-\kappa E \frac{dn_2}{dz} = q - 4\eta n N \frac{n_1 n_2}{n_1^2 + n_2^2} \quad (17)$$

(16) において、 $E \rightarrow 0$ とすると、

$$\frac{n_1 n_2}{n_1^2 + n_2^2} = \frac{q}{4\eta n N} \quad \text{かつ、} \quad n_1 = n_2 = n$$

$$\therefore nN = \frac{q}{2\eta} \quad (18)$$

(18) を (16) に代入して、

$$\begin{aligned}
\kappa E \frac{dn_1}{dz} &= q \left\{ 1 - \frac{2n_1 n_2}{n_1^2 + n_2^2} \right\} \\
&= q \frac{(n_1 - n_2)^2}{n_1^2 + n_2^2} \\
&= 2q \frac{(n_1 - n)^2}{n_1^2 - 2nn_1 + 2n^2} \\
\therefore \int \left(1 + \frac{n^2}{(n_1 - n)^2} \right) dn_1 &= \int \frac{2q}{\kappa E} dz + C_1 \\
\therefore n_1 - \frac{n^2}{n_1 - n} &= \frac{2qz}{\kappa E} + C_1 \tag{19}
\end{aligned}$$

n_2 に関しては全く同様に (17) より,

$$n_2 - \frac{n^2}{n_2 - n} = -\frac{2qz}{\kappa E} + C_2 \tag{20}$$

を得る。(19) で $z=0$ のとき, $n_1=0$ とすると,

$$C_1 = n \tag{21}$$

又, (20) で $z=0$ のとき, $n_2=2n$ とすると,

$$C_2 = n \tag{22}$$

となる。故に,

$$\begin{cases} n_1 - \frac{n^2}{n_1 - n} = \frac{2qz}{\kappa E} + n \\ n_2 - \frac{n^2}{n_2 - n} = -\frac{2qz}{\kappa E} + n \end{cases}$$

$\frac{2qz}{\kappa E} = b$ とすると,

$$n_1 = \frac{1}{2} \left\{ b + 2n \pm \sqrt{(b+2n)^2 - 4bn} \right\} \tag{23}$$

$$n_2 = \frac{1}{2} \left\{ -b + 2n \pm \sqrt{(b-2n)^2 + 4bn} \right\} \tag{24}$$

$n_2 > 0$ でなければならぬから, (24) の根号の前は+をとる。又, $n_1 + n_2 = 2n$ であるから, (23)は-をとらねばならない。したがって,

$$n_1 = \frac{1}{2} (b + 2n - \sqrt{b^2 + 4n^2}) \tag{25}$$

$$n_2 = \frac{1}{2} (2n - b + \sqrt{b^2 + 4n^2}) \tag{26}$$

故に,

$$\begin{aligned}
n_1 - n_2 &= b - \sqrt{b^2 + 4n^2} \\
&= -\frac{2qz}{\kappa E} - \sqrt{\frac{4q^2 z^2}{\kappa^2 E^2} + 4n^2} \tag{27}
\end{aligned}$$

よつて, 小イオンによる空間電荷, 即ち, ρ_i は,

$$\rho_s = e \left(\frac{2qz}{\kappa E} - \sqrt{\frac{4q^2 z^2}{\kappa^2 E^2} + 4n^2} \right) \quad (28)$$

であつて、 $E \rightarrow 0$ のとき、0 となり、 $E \rightarrow \infty$ となると、 $-2ne$ に飽和する。(電場の向きは z の増加する方向を正にとつているから、空中電気で慣用している符号に従えば、以上は負電場の場合に相当する。)

(28) に依つて与えられる E と ρ_s との関係を Fig. 7 に示す。ここでは z は 150 cm として計

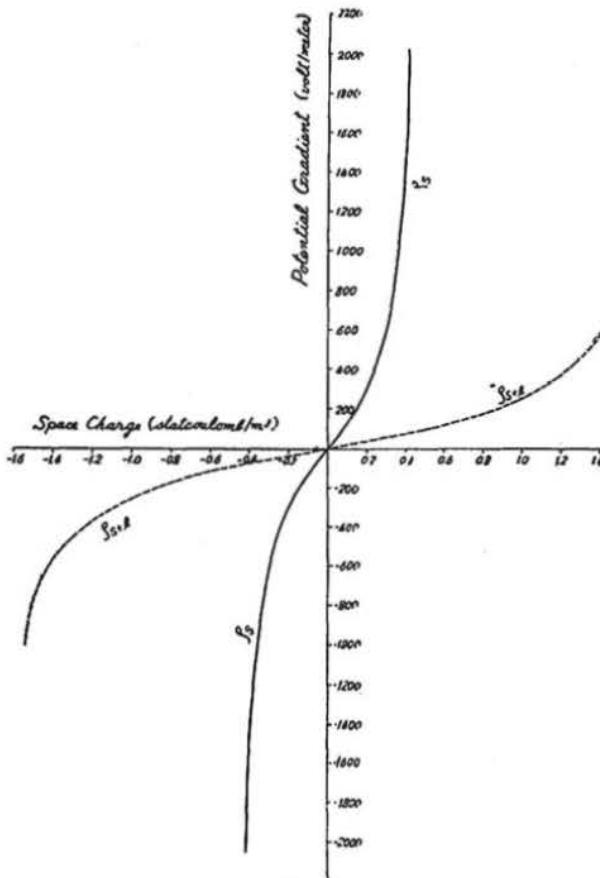


Fig. 7.

算してあるが、この高さはほぼ現在使用している金網籠の中心の高さである。同じく、(28)において、 E に或る値を入れておけば、 ρ_s は z の函数として与えられる。即ち、極作用に依る空間電荷(小イオン)の高度分布を示すわけである。

$E=100V/m$ 、及び $E=1000V/m$ のそれを、Fig. 8 に示す。

以上は、電場が与えられたとき、小イオンの分布に極作用が働いて、空間電荷が現われることを示した。大イオンはその易動度が小さいために、かかる作用には直接には参加していない。(div i_1 、及び、div i_{II} を省いたこと。)しかし、空間の或る部分で、正の小イオンが増加すれば、それが核へ結合する割合も増加して、正の大イオンの生成が増加する。反面、負の小イオンの減少は、正の大イオンが核となる割合を減少せしめる。同様のことが負の大イオンについても云え

Fig. 6, 7 を計算するに当つては、

$$q=10 \quad \kappa=1 \quad n=500 \quad \eta=8 \times 10^{-9}$$

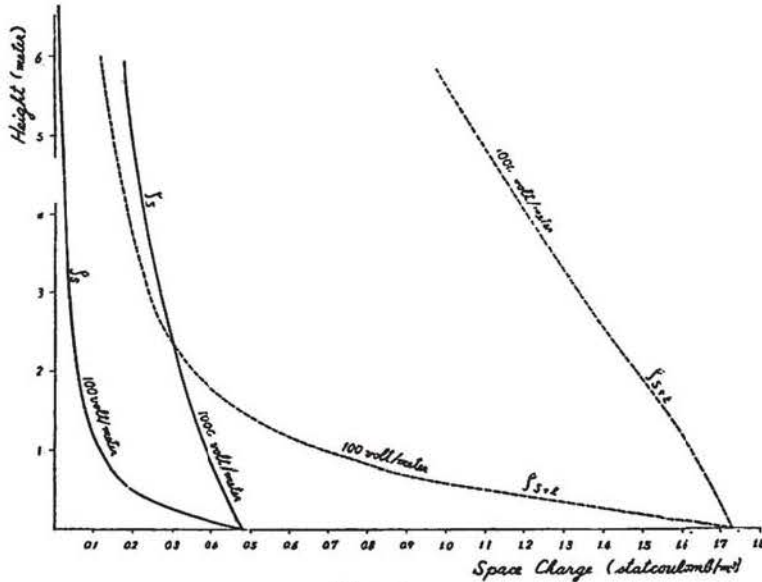


Fig. 8.

とした⁽³⁾。 N は観測値がないが、(18)に上記の値を代入すると、 $N=1300$ となる。この値を用いた。

§ 5. 考 察

a) 観測結果と計算結果との比較.

Fig. 6 と Fig. 7 とを比較してみると、実際の観測値は ρ_e 曲線と良く一致していることがわかる。ところで ρ_{e+i} 曲線とは全く合っていない。即ち、大イオンの分布迄考慮に入れると、観測結果とは合わない。大イオンは極作用には直接参加していないで、小イオン、乃至は核との結合によつて増減すると見做した。一方、§ 4 の始めに述べたように、今迄の過程には空気の乱流等によるイオンの拡散は考慮に入れていない。大イオンの分布に偏極を生ぜしめる方向にイオン平衡の作用が働いたとしても、その分布を乱して一様化するような何等かの力学的な作用が存在するのではなからうか。即ち、易動度が小さいために、電場には動かされない大イオンに対しては、乱流による拡散のために、正負とも、一様の分布になるのではなからうか。これは更に考えねばならぬ事柄であると思われる。

b) 再び対応性について.

Fig. 6 を見ても明らかなように、 $0.1 \sim 0.2$ statcoulomb/m³ 程度の空間電荷は、極作用以外の何物かによつて、変動していることがわかる。ところで地上 150 cm での極作用による空間電荷は、電位傾度が静穏日日変化程度 (100 V/m) の場合には、Fig. 8 によつても、それと同程度である。したがつて、静穏日日変化では、極作用の影響はここで考慮されなかつた他の原因による変動に掩われて、両者の変化が対応しないというのがもつともであると思われる。電位傾度が大きくなつ

て、数百 volt/meter ともなると、空間電荷に対する極作用の影響が卓越して、初めて、電位傾度との対応性が見出される。これは観測事実と一致しているわけである。静穏日の日変化についても、朝の極大のみは両者とも一致していることも、そのように考えれば領けることである。

c) 空間電荷の垂直分布と極作用.

Fig. 7 を見ると、極作用の高さに対する減衰が良くわかる。これは特に1米以下において著しい。1米以下では極作用による空間電荷は、 $0.1 \text{ statcoulomb/m}^3$ を遙かに超えているから、そこで空間電荷を測定すれば、恐らくは電位傾度と良い対応性を見せることであろう。反対に、5米以上も金網籠を上げると、少くとも見掛け上は、電位傾度とは殆んど無関係な変化をするであろうと予想される。地上1~2米の高さを境として、日変化も余程異なつた型をとることになり、この高さより上では、余程大きな電場でない、相関が現われないのではなからうか。

d) 補足

更に、電場が強くなつて、数万 volt/meter にも達すると、大イオンの分布は、上述してきたような二次的な作用の結果としてではなく、一次的なもの、即ち、直接極作用によつて生じ、それが空間電荷の生成に与えることになる。この時は又 § 4 の結果とは変つてくるであろう。これについては述べていない。

§ 6. 結 論

柿岡で観測された空間電荷（金網籠の中心の高さは地上170 cm）と電位傾度とを比較した結果

(1) 何等かの擾乱要因により、 $0.1 \sim 0.2 \text{ statcoulomb/m}^3$ 程度は電位傾度と無関係に変動しているため、静穏日日変化については、空間電荷と電位傾度との間に相関が認められない。（この小変動をこれから一応 noise と呼ぶことにする。）

(2) 電位傾度が高偏して、数百 volt/meter を超えるようになると、両者の間に明瞭な対応が現われる。電場が十分に強くなると（1000~1500 volt/meter）空間電荷は $0.4 \sim 0.5 \text{ statcoulomb/m}^3$ に飽和する形となる。

以上は観測結果である。これに対して、次のような考察を試みた。

(3) この相関関係を極作用によるものであると予想する。極作用の結果生ずる空間電荷を計算すると、小イオンの分布による空間電荷と実測結果とは良く一致する。大イオン逸算入すると合わない。

(4) 静穏日日変化程度に小さい電場では、極作用による空間電荷は、noise と同程度の大きさであるために、両者の間に相関が認められぬと解釈する。

(5) noise の原因は今のところ全く不明である。あるいは測定上の欠陥（例えば、接触電位差）も含まれていると思われる。しかし、電場が数百 volt/meter を超えると、極作用も大きくなつて、空間電荷が noise level を超えるので、電位傾度との対応が明瞭になる。

(6) 以上は電場によつて空間電荷が変化する場合を述べたが、この他に、力学的な外力によつて空間電荷が測点に運び入られることもありうる。(例えば、風塵、霧、煙等) この場合には、空間電荷には(1)に述べたような上限は一応考えられない。

終りに臨み、終始御指導と御鞭撻を賜りました今道周一博士並びに吉松隆三郎所長に厚く御礼を申し上げます。

文 献

- (1) 横内幸雄：柿岡に於ける空間電荷に就いて，柿岡地磁気観測所要報 第一卷 第一号
- (2), (3). J. A. Chalmers : Atmospheric Electricity, p. 40~47.