

# 磁化物質とそれによる磁場との或る關係に就いて

湯 村 哲 男

## §1. 緒 言

磁氣測量の結果を整理し、その異常に就いて考察を行はんとするに際し、吾々は常にその考察の極めて困難なる事が判るのである。その理由は

- (1) 地下物質の幾何學的形狀並びに鉛直方向の位置の不明
- (2) 物質の磁化原因の不明
- (3) 磁化の方向、大きさの不明

等の諸點である。

先づ(1)に關しては特殊の場合としてボーリング等により地表面下の深さ等を決定し又その大體の形狀も推察する事が出来るが、一般の場合には地表面の擾亂磁力及び地質等よりその大體の形狀、位置を推察するに止まる。然し何れにしてもこれを理論的に取扱ふ場合に於いてはその形狀は全く理想化せられなければならない。

次に(2)に關して考へられるものは

- (i) 地殻物質に於ける地球磁氣の誘導作用
- (ii) 岩石の固有磁氣
- (iii) 局地的地電流による電磁作用

等があるが、これ等の何れに屬するかは容易に知る事が出来ない。地殻物質が地球磁場の誘導作用のみによつて起るとしても、それはその物體の形及び帶磁率に關係し又岩石が固有磁氣を持つてゐるとしても、その物體が如何なる機構により磁化せられる様になつたかは不明である。岩石が固有磁氣を有つて到る過程として流動性物質が地球磁場内で徐々に冷却される場合、その地球磁場に依る感應作用でその當時の地球磁場の方向に磁化する様になると説明され尤もらしい説ではあるが然し現在の磁化の方向が當時の地球磁場の方向を示すとは考へられない。地殻は常に變動してゐる。隆起、沈降、噴出、陥没種々様々の變形回轉を行つて今日の狀態に到ると考へられるのである。

局地的地電流による電磁作用は落雷とか電車とかによるものでこれは問題にならないから考へる必要はない。

以上の如く磁化の原因が奈邊に存するかを判然と定める事は困難である。

次に第3に於ける磁化の方向及び大きさであるが、地下物質に就いて斯る性質を定める事は更に困難である。岩石が固有磁氣を持つ場合は勿論の事であるが、地球磁場の感應のみに依つて磁

化してゐると假定しても尙物體の形にもよる爲、地球磁場に平行になる事は殆んどないといつてよい位であり、その方向決定は恐らく不可能事である様に思はれる。

以上の様な理由に依り磁氣異常をそのまま考察する事は出来ないが、此處に幾つかの適當な假定を置いてこの異常を分析検討する事が出来るのである。

地下物質の形を理想化し、磁化の原因は地球磁場の誘導作用に依るものとし、その磁化の方向は地球磁場のそれと同一にしてその強さは物體全部について一様であると假定して、地下物質とそれによる磁場を計算圖解したものは多く見られる。又最近地表面に於ける磁力分布より直接地下物質の形を推定する理論的方法も考察せられた。

これ等は皆磁化が地球磁場の誘導作用に起因するものとし、その方向も地球磁場の方向と同一であるとして考へられたものであるが、前にも述べた様に磁化の方向が、上述の様な事は殆んどなく、又一般に地下物質は固有磁氣を持つてゐるものであるから上記の如く假定する事は實際的ではない。故に何等かの方法に依り磁化の方向だけでも決定する事が出来れば、吾々は計算上大なる便宜を得る事が出来るのである。

斯かる意味に於いて筆者は地表面上の磁力分布より直接磁化の方向を求める方法を案出したのである。此の方法に依り磁化の方向を決定し、然る後に上述の方法を用ひて地下物質の形狀を定めれば、局部的磁氣異常の問題はある程度まで解決されるに到るであらう。

更に筆者は本論文中に角礫による磁場に就いて計算圖解した。

## § 2. 磁化物質による磁場

任意の物體を一様な磁場内に置けば此の物體は外部磁場によつて磁化せられる。

今物體内の任意の一點の磁化の強さを  $I$  とし、直角坐標  $x, y, z$  方向のその成分を  $A, B, C$  とすれば、これ等は

$$A = \frac{F_{0z}}{\frac{1}{\kappa} + N_x} \quad B = \frac{F_{0y}}{\frac{1}{\kappa} + N_y} \quad C = \frac{F_{0x}}{\frac{1}{\kappa} + N_z} \dots\dots\dots (1)$$

で與へられる。但し

$F_0$ : 外部磁場

$\kappa$ : 該物體の帯磁率

$N$ : 該物體の反磁化係數

而して斯かる物體による物體外の任意の一點  $Q$  に於ける磁位  $P_Q$  は

$$P_Q = \iiint \left\{ A \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{1}{r} \right) + B \frac{\partial}{\partial \eta} \left( \frac{1}{r} \right) + C \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{1}{r} \right) \right\} d\xi d\eta d\zeta \dots\dots\dots (2)$$

で與へられる。

$r$  は該物體の素體積  $d\xi d\eta d\zeta$  と  $Q$  との距離である。

一般に任意の形をした物體は一様な磁場内に於いても一様に磁化せず。その形に依つて各部分の磁化の強さ及び方向が異なるものである。

これが一様に磁化するものは楕圓體のみにして、且つその方向が外部磁場と同一なるものは球以外にはないのである。然し  $\kappa$  が  $10^{-3}$  程度以下ならば反磁化係數  $N$  が磁化の強さ  $I$  に及ぼす影響は極めて僅かにして省略し得る程度のものである。

故に斯かる範圍の物體に對しては磁化の強さは  $\kappa F_0$  で與へても支障はない。

今若し磁化の強さ及び方向が該物體全部に亙つて一様であるとし、 $Q$  に於ける坐標を  $xyz$  とすれば

$$r = \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}$$

であるから、(2) 式より  $P_Q$  は

$$P_Q = - \left( A \frac{\partial}{\partial x} + B \frac{\partial}{\partial y} + C \frac{\partial}{\partial z} \right) \iiint \frac{1}{r} d\xi d\eta d\zeta$$

で與へられる。

$$V_Q = \iiint \frac{1}{r} d\xi d\eta d\zeta \dots\dots\dots (3)$$

と書けば、一様に磁化した物體による任意の一點  $Q$  に於ける磁位は下式で與へられる。

$$P_Q = -A \frac{\partial V_Q}{\partial x} - B \frac{\partial V_Q}{\partial y} - C \frac{\partial V_Q}{\partial z} \dots\dots\dots (4)$$

故に  $V_Q$  が得られれば磁位  $P_Q$  は直ちに求められ、従つて磁場も容易に求められる。

磁場の  $x, y, z$  成分を  $X, Y, Z$  で表はせば

$$\left. \begin{aligned} X &\equiv -\frac{\partial P_Q}{\partial x} = A \frac{\partial^2 V_Q}{\partial x^2} + B \frac{\partial^2 V_Q}{\partial x \partial y} + C \frac{\partial^2 V_Q}{\partial x \partial z} \\ Y &\equiv -\frac{\partial P_Q}{\partial y} = A \frac{\partial^2 V_Q}{\partial y \partial x} + B \frac{\partial^2 V_Q}{\partial y^2} + C \frac{\partial^2 V_Q}{\partial y \partial z} \\ Z &\equiv -\frac{\partial P_Q}{\partial z} = A \frac{\partial^2 V_Q}{\partial z \partial x} + B \frac{\partial^2 V_Q}{\partial z \partial y} + C \frac{\partial^2 V_Q}{\partial z^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

### § 3. 角塊による磁場

今角塊が一様に磁化せられるものとしてそれによる磁場を求めて見やう。

$$V_Q = \int \frac{1}{r} d\xi d\eta d\zeta$$

であるから

$$= \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} \frac{d\xi d\eta d\zeta}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}}$$

$$\begin{aligned} \text{但し} \quad \xi &= \xi - x & H &= \eta - y & Z &= \zeta - z \\ \alpha_1 &= a_1 - x & \beta_1 &= b_1 - y & \gamma_1 &= c_1 - z \\ \alpha_2 &= a_2 - x & \beta_2 &= b_2 - y & \gamma_2 &= c_2 - z \end{aligned}$$

である。これを積分すれば

$$\begin{aligned} V_Q &= -\beta_1 \gamma_1 \ln(R_1 + \alpha_1) - \gamma_1 \alpha_1 \ln(R_1 + \beta_1) - \alpha_1 \beta_1 \ln(R_1 + \gamma_1) + \beta_1 \gamma_2 \ln(R_2 + \alpha_1) \\ &+ \gamma_2 \alpha_1 \ln(R_2 + \beta_1) + \alpha_1 \beta_1 \ln(R_2 + \gamma_2) + \beta_2 \gamma_1 \ln(R_3 + \alpha_1) + \gamma_1 \alpha_1 \ln(R_3 + \beta_2) \\ &+ \alpha_1 \beta_2 \ln(R_3 + \gamma_1) - \beta_2 \gamma_2 \ln(R_4 + \alpha_1) - \gamma_2 \alpha_1 \ln(R_4 + \beta_2) - \alpha_1 \beta_2 \ln(R_4 + \gamma_2) \\ &+ \beta_1 \gamma_1 \ln(R_5 + \alpha_2) + \gamma_1 \alpha_2 \ln(R_5 + \beta_1) + \alpha_2 \beta_1 \ln(R_5 + \gamma_1) - \beta_1 \gamma_2 \ln(R_6 + \alpha_2) \\ &- \gamma_2 \alpha_2 \ln(R_6 + \beta_1) - \alpha_2 \beta_1 \ln(R_6 + \gamma_2) - \beta_2 \gamma_1 \ln(R_7 + \alpha_2) - \gamma_1 \alpha_2 \ln(R_7 + \beta_2) \\ &- \alpha_2 \beta_2 \ln(R_7 + \gamma_1) + \beta_2 \gamma_2 \ln(R_8 + \alpha_2) + \gamma_2 \alpha_2 \ln(R_8 + \beta_2) + \alpha_2 \beta_2 \ln(R_8 + \gamma_2) \\ &- \alpha_1^2 \tan^{-1} \frac{R_1 + \beta_1 + \gamma_1}{\alpha_1} - \beta_1^2 \tan^{-1} \frac{R_1 + \gamma_1 + \alpha_1}{\beta_1} - \gamma_1^2 \tan^{-1} \frac{R_1 + \alpha_1 + \beta_1}{\gamma_1} \\ &+ \alpha_1^2 \tan^{-1} \frac{R_2 + \beta_1 + \gamma_2}{\alpha_1} + \beta_1^2 \tan^{-1} \frac{R_2 + \gamma_2 + \alpha_1}{\beta_1} + \gamma_2^2 \tan^{-1} \frac{R_2 + \alpha_1 + \beta_1}{\gamma_2} \\ &+ \alpha_1^2 \tan^{-1} \frac{R_3 + \beta_2 + \gamma_1}{\alpha_1} + \beta_2^2 \tan^{-1} \frac{R_3 + \gamma_1 + \alpha_1}{\beta_2} + \gamma_1^2 \tan^{-1} \frac{R_3 + \alpha_1 + \beta_2}{\gamma_1} \\ &- \alpha_1^2 \tan^{-1} \frac{R_4 + \beta_2 + \gamma_2}{\alpha_1} - \beta_2^2 \tan^{-1} \frac{R_4 + \gamma_2 + \alpha_1}{\beta_2} - \gamma_2^2 \tan^{-1} \frac{R_4 + \alpha_1 + \beta_2}{\gamma_2} \\ &+ \alpha_2^2 \tan^{-1} \frac{R_5 + \beta_1 + \gamma_1}{\alpha_2} + \beta_1^2 \tan^{-1} \frac{R_5 + \gamma_1 + \alpha_2}{\beta_1} + \gamma_1^2 \tan^{-1} \frac{R_5 + \alpha_2 + \beta_1}{\gamma_1} \\ &- \alpha_2^2 \tan^{-1} \frac{R_6 + \beta_1 + \gamma_2}{\alpha_2} - \beta_1^2 \tan^{-1} \frac{R_6 + \gamma_2 + \alpha_2}{\beta_1} - \gamma_2^2 \tan^{-1} \frac{R_6 + \alpha_2 + \beta_1}{\gamma_2} \\ &- \alpha_2^2 \tan^{-1} \frac{R_7 + \beta_2 + \gamma_1}{\alpha_2} - \beta_2^2 \tan^{-1} \frac{R_7 + \gamma_1 + \alpha_2}{\beta_2} - \gamma_1^2 \tan^{-1} \frac{R_7 + \alpha_2 + \beta_2}{\gamma_1} \\ &+ \alpha_2^2 \tan^{-1} \frac{R_8 + \beta_2 + \gamma_2}{\alpha_2} + \beta_2^2 \tan^{-1} \frac{R_8 + \gamma_2 + \alpha_2}{\beta_2} + \gamma_2^2 \tan^{-1} \frac{R_8 + \alpha_2 + \beta_2}{\gamma_2} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{但し} \quad R_1^2 &= \alpha_1^2 + \beta_1^2 + \gamma_1^2 & R_3^2 &= \alpha_1^2 + \beta_2^2 + \gamma_1^2 & R_5^2 &= \alpha_2^2 + \beta_1^2 + \gamma_1^2 & R_7^2 &= \alpha_2^2 + \beta_2^2 + \gamma_1^2 \\ R_2^2 &= \alpha_1^2 + \beta_1^2 + \gamma_2^2 & R_4^2 &= \alpha_1^2 + \beta_2^2 + \gamma_2^2 & R_6^2 &= \alpha_2^2 + \beta_1^2 + \gamma_2^2 & R_8^2 &= \alpha_2^2 + \beta_2^2 + \gamma_2^2 \end{aligned}$$

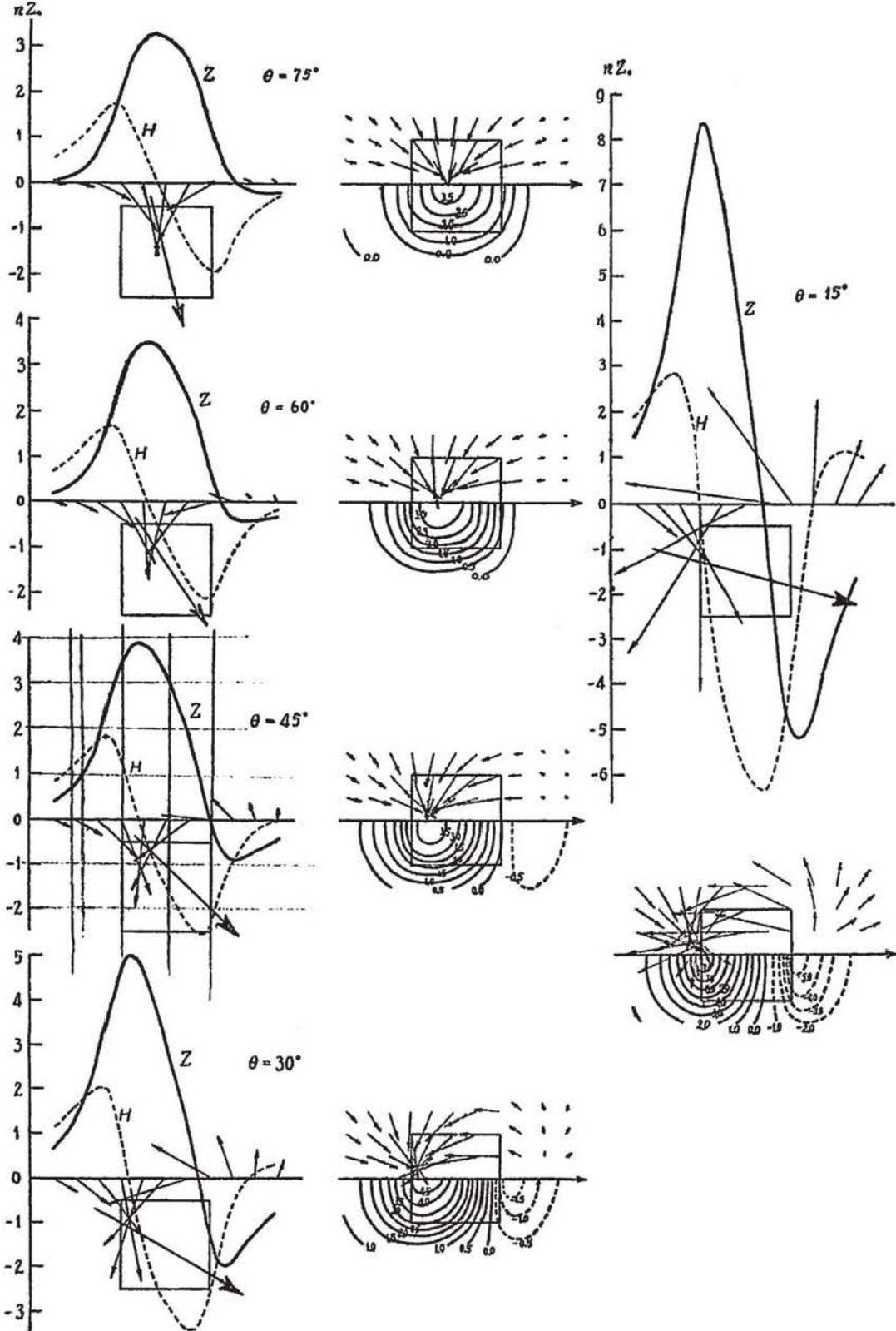
磁位  $P_Q$  は (4) 式で得られるから  $V_Q$  の第一次微分係数を求めなければならない。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial V_Q}{\partial x} &= \beta_1 \ln \frac{(R_1 + \gamma_1)(R_6 + \gamma_2)}{(R_2 + \gamma_2)(R_5 + \gamma_1)} + \gamma_1 \ln \frac{(R_1 + \beta_1)(R_7 + \beta_2)}{(R_3 + \beta_2)(R_5 + \beta_1)} + \beta_2 \ln \frac{(R_4 + \gamma_2)(R_7 + \gamma_1)}{(R_3 + \gamma_1)(R_8 + \gamma_2)} \\
 &+ \gamma_2 \ln \frac{(R_4 + \beta_2)(R_6 + \beta_1)}{(R_2 + \beta_1)(R_8 + \beta_2)} + 2\alpha_1 \left\{ \tan^{-1} \frac{R_1 + \beta_1 + \gamma_1}{\alpha_1} - \tan^{-1} \frac{R_2 + \beta_1 + \gamma_2}{\alpha_1} \right. \\
 &- \tan^{-1} \frac{R_3 + \beta_2 + \gamma_1}{\alpha_1} + \tan^{-1} \frac{R_4 + \beta_2 + \gamma_2}{\alpha_1} \left. \right\} - 2\alpha_2 \left\{ \tan^{-1} \frac{R_5 + \beta_1 + \gamma_1}{\alpha_2} \right. \\
 &- \tan^{-1} \frac{R_6 + \beta_1 + \gamma_2}{\alpha_2} - \tan^{-1} \frac{R_7 + \beta_2 + \gamma_1}{\alpha_2} + \tan^{-1} \frac{R_8 + \beta_2 + \gamma_2}{\alpha_2} \left. \right\} \\
 \frac{\partial V_Q}{\partial y} &= \gamma_1 \ln \frac{(R_1 + \alpha_1)(R_7 + \alpha_2)}{(R_3 + \alpha_1)(R_5 + \alpha_2)} + \alpha_1 \ln \frac{(R_1 + \gamma_1)(R_4 + \gamma_2)}{(R_3 + \gamma_1)(R_2 + \gamma_2)} + \gamma_2 \ln \frac{(R_4 + \alpha_1)(R_6 + \alpha_2)}{(R_2 + \alpha_1)(R_8 + \alpha_2)} \\
 &+ \alpha_2 \ln \frac{(R_6 + \gamma_2)(R_7 + \gamma_1)}{(R_5 + \gamma_1)(R_8 + \gamma_2)} + 2\beta_1 \left\{ \tan^{-1} \frac{R_1 + \gamma_1 + \alpha_1}{\beta_1} - \tan^{-1} \frac{R_2 + \gamma_2 + \alpha_1}{\beta_1} \right. \\
 &- \tan^{-1} \frac{R_5 + \gamma_1 + \alpha_2}{\beta_1} + \tan^{-1} \frac{R_6 + \gamma_2 + \alpha_2}{\beta_1} \left. \right\} - 2\beta_2 \left\{ \tan^{-1} \frac{R_3 + \gamma_1 + \alpha_1}{\beta_2} \right. \\
 &- \tan^{-1} \frac{R_4 + \gamma_2 + \alpha_1}{\beta_2} - \tan^{-1} \frac{R_7 + \gamma_1 + \alpha_2}{\beta_2} + \tan^{-1} \frac{R_8 + \gamma_2 + \alpha_2}{\beta_2} \left. \right\} \\
 \frac{\partial V_Q}{\partial z} &= \alpha_1 \ln \frac{(R_1 + \beta_1)(R_4 + \beta_2)}{(R_2 + \beta_1)(R_3 + \beta_2)} + \beta_1 \ln \frac{(R_1 + \alpha_1)(R_6 + \alpha_2)}{(R_2 + \alpha_1)(R_5 + \alpha_2)} + \alpha_2 \ln \frac{(R_6 + \beta_1)(R_7 + \beta_2)}{(R_5 + \beta_1)(R_8 + \beta_2)} \\
 &+ \beta_2 \ln \frac{(R_4 + \alpha_1)(R_7 + \alpha_2)}{(R_3 + \alpha_1)(R_8 + \alpha_2)} + 2\gamma_1 \left\{ \tan^{-1} \frac{R_1 + \alpha_1 + \beta_1}{\gamma_1} - \tan^{-1} \frac{R_3 + \alpha_1 + \beta_2}{\gamma_1} \right. \\
 &- \tan^{-1} \frac{R_5 + \alpha_2 + \beta_1}{\gamma_1} + \tan^{-1} \frac{R_7 + \alpha_2 + \beta_2}{\gamma_1} \left. \right\} - 2\gamma_2 \left\{ \tan^{-1} \frac{R_2 + \alpha_1 + \beta_1}{\gamma_2} \right. \\
 &- \tan^{-1} \frac{R_4 + \alpha_1 + \beta_2}{\gamma_2} - \tan^{-1} \frac{R_6 + \alpha_2 + \beta_1}{\gamma_2} + \tan^{-1} \frac{R_8 + \alpha_2 + \beta_2}{\gamma_2} \left. \right\}
 \end{aligned} \tag{7}$$

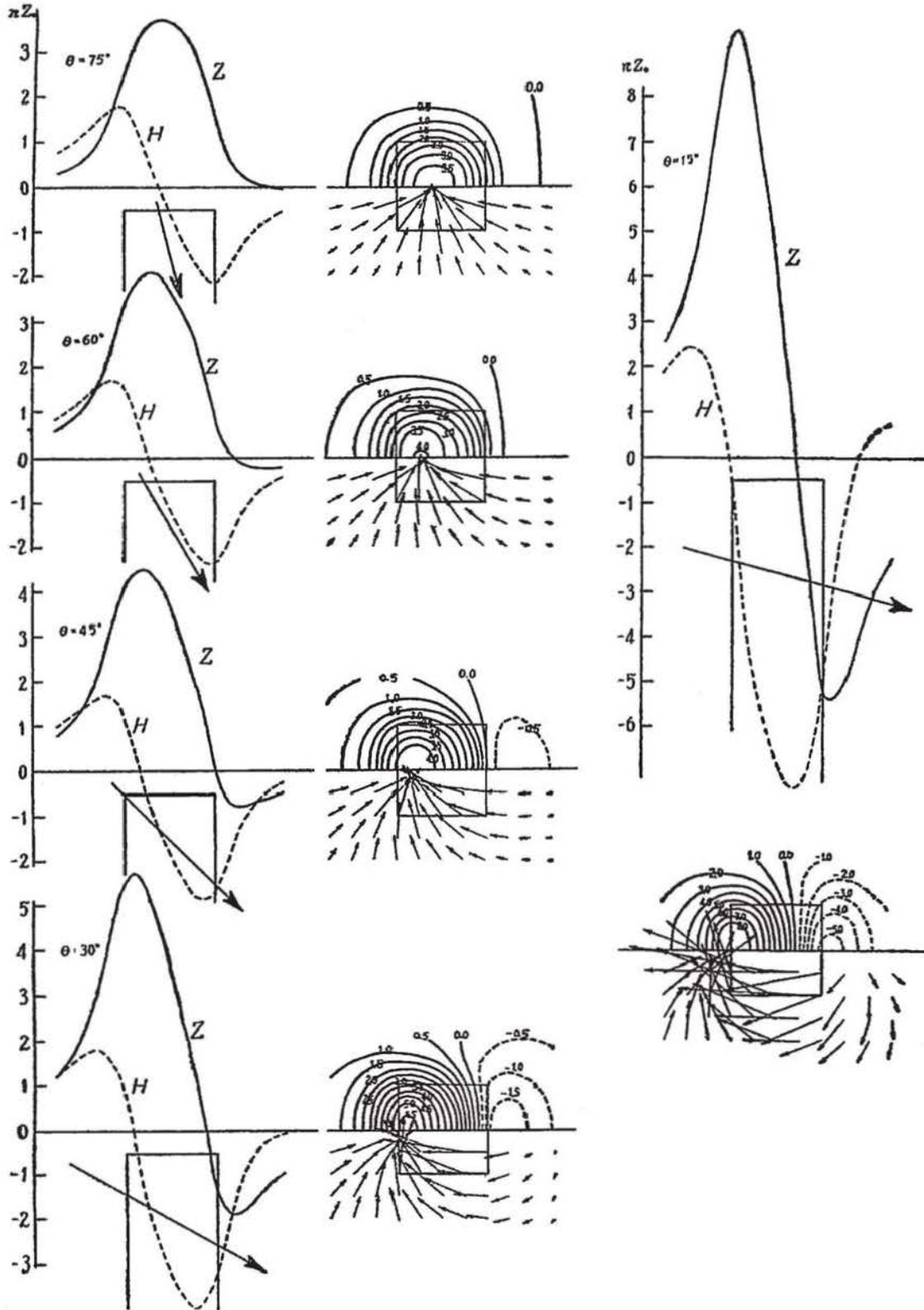
而して磁力は (5) 式で得られる故更に  $V_Q$  の二次微分係数を求めなければならない。これ等は次の様になる。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 V_Q}{\partial x^2} &= -2 \left\{ \tan^{-1} \frac{R_1 + \beta_1 + \gamma_1}{\alpha_1} - \tan^{-1} \frac{R_2 + \beta_1 + \gamma_2}{\alpha_1} - \tan^{-1} \frac{R_3 + \beta_2 + \gamma_1}{\alpha_1} \right. \\
 &+ \tan^{-1} \frac{R_4 + \beta_2 + \gamma_2}{\alpha_1} - \tan^{-1} \frac{R_5 + \beta_1 + \gamma_1}{\alpha_2} + \tan^{-1} \frac{R_6 + \beta_1 + \gamma_2}{\alpha_2} \\
 &\left. + \tan^{-1} \frac{R_7 + \beta_2 + \gamma_1}{\alpha_2} - \tan^{-1} \frac{R_8 + \beta_2 + \gamma_2}{\alpha_2} \right\} \\
 \frac{\partial^2 V_Q}{\partial y^2} &= -2 \left\{ \tan^{-1} \frac{R_1 + \gamma_1 + \alpha_1}{\beta_1} - \tan^{-1} \frac{R_2 + \gamma_2 + \alpha_1}{\beta_1} - \tan^{-1} \frac{R_3 + \gamma_1 + \alpha_1}{\beta_2} \right. \\
 &\left. + \tan^{-1} \frac{R_4 + \gamma_2 + \alpha_1}{\beta_2} - \tan^{-1} \frac{R_5 + \gamma_1 + \alpha_2}{\beta_1} + \tan^{-1} \frac{R_6 + \gamma_2 + \alpha_2}{\beta_1} \right\}
 \end{aligned}$$

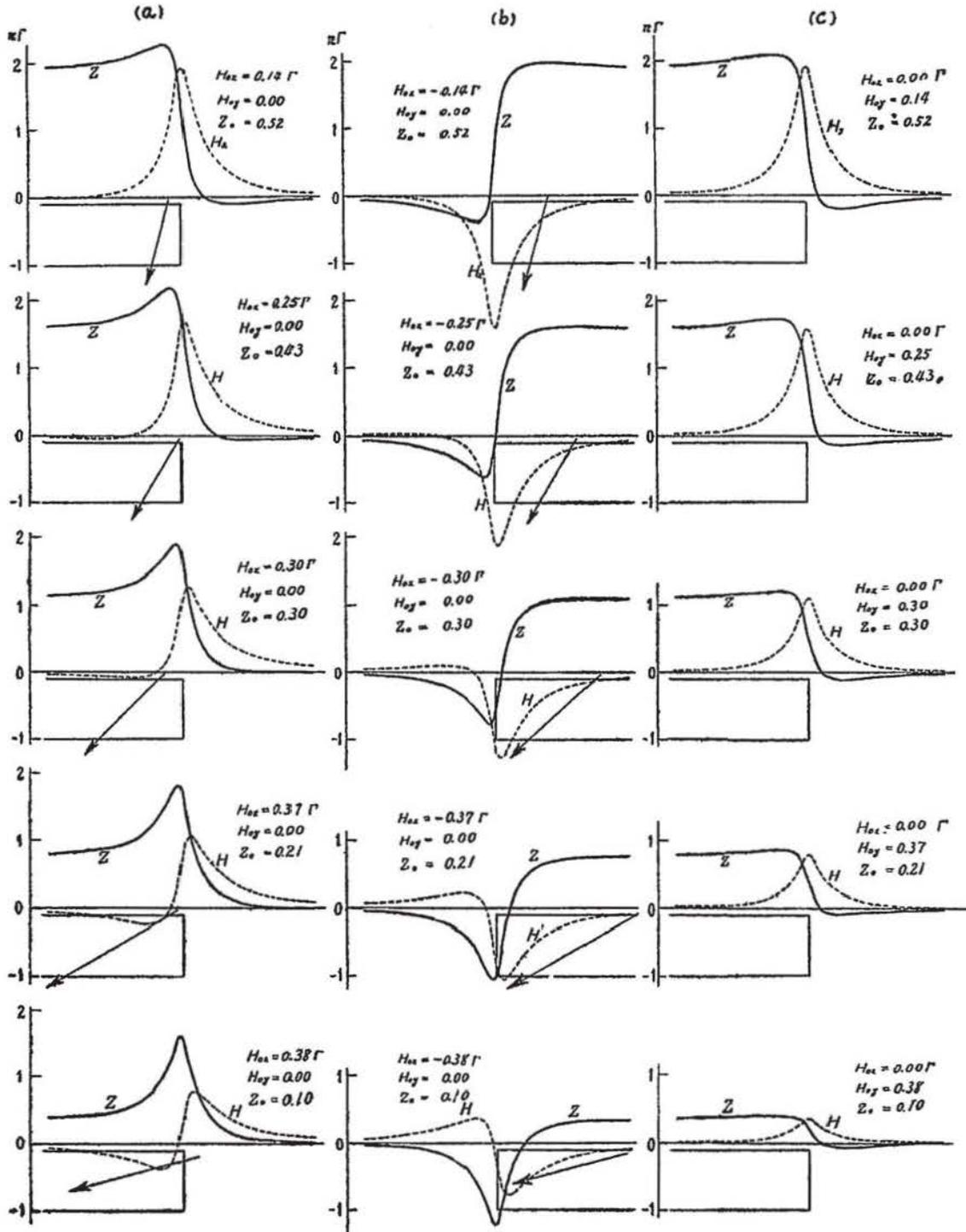
第 1 圖 立方體による磁場分布



第 2 圖 半無限角柱による磁場



第 3 圖 半無限角錐による磁場



$$\begin{aligned}
 & + \tan^{-1} \frac{R_7 + \gamma_1 + \alpha_2}{\beta_2} - \tan^{-1} \frac{R_8 + \gamma_2 + \alpha_2}{\beta_2} \} \\
 \frac{\partial^2 V_Q}{\partial z^2} = & -2 \left\{ \tan^{-1} \frac{R_1 + \alpha_1 + \beta_1}{\gamma_1} - \tan^{-1} \frac{R_2 + \alpha_1 + \beta_1}{\gamma_2} - \tan^{-1} \frac{R_3 + \alpha_1 + \beta_2}{\gamma_1} \right. \\
 & + \tan^{-1} \frac{R_4 + \alpha_1 + \beta_2}{\gamma_2} - \tan^{-1} \frac{R_5 + \alpha_2 + \beta_1}{\gamma_1} + \tan^{-1} \frac{R_6 + \alpha_2 + \beta_1}{\gamma_2} \\
 & \left. + \tan^{-1} \frac{R_7 + \alpha_2 + \beta_2}{\gamma_1} - \tan^{-1} \frac{R_8 + \alpha_2 + \beta_2}{\gamma_2} \right\} \tag{8} \\
 \frac{\partial^2 V_Q}{\partial y \partial z} = & -\ln \frac{(R_1 + \alpha_1)(R_4 + \alpha_1)(R_6 + \alpha_2)(R_7 + \alpha_2)}{(R_2 + \alpha_1)(R_3 + \alpha_1)(R_5 + \alpha_2)(R_8 + \alpha_2)} \\
 \frac{\partial^2 V_Q}{\partial z \partial x} = & -\ln \frac{(R_1 + \beta_1)(R_4 + \beta_2)(R_6 + \beta_1)(R_7 + \beta_2)}{(R_2 + \beta_1)(R_3 + \beta_2)(R_5 + \beta_1)(R_8 + \beta_2)} \\
 \frac{\partial^2 V_Q}{\partial x \partial y} = & -\ln \frac{(R_1 + \gamma_1)(R_4 + \gamma_2)(R_6 + \gamma_2)(R_7 + \gamma_1)}{(R_2 + \gamma_2)(R_3 + \gamma_1)(R_5 + \gamma_1)(R_8 + \gamma_2)}
 \end{aligned}$$

(i) 今角塔が  $F_0$  (成分を  $F_{0x}, F_{0y}, F_{0z}$  とす) により一様に磁化してゐると假定し、その帯磁率は

$$A = \kappa F_{0x} \quad B = \kappa F_{0y} \quad C = \kappa F_{0z}$$

で與へられる程度のものであるとして、立方體による磁場のある一平面上の分布を圖に示せば第 1 圖のようになる。

(ii) 半無限角柱による磁場

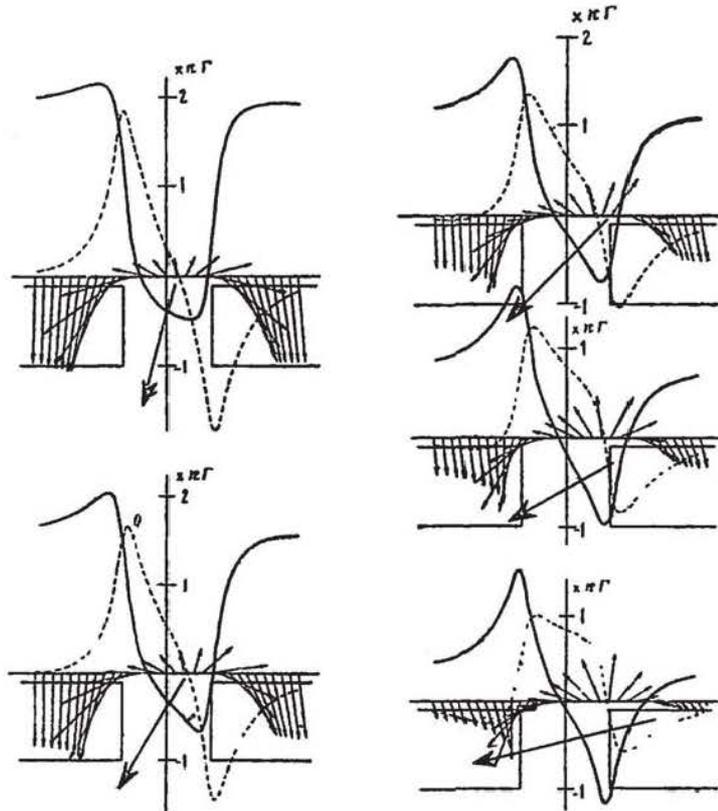
此の場合には (6), (7), (8) 式に於ける無限大になる項を除けばよい。これを圖示すれば第 2 圖のようになる。

(iii)  $x$  方向に半無限に伸びた角塔による磁場。

此の場合も (ii) の場合と同様に (6), (7), (8) 式の無限項を除去すればよい。

(iv) 水平に無限に伸びる角塔の一部を除去した場合のその除去部分

第 4 圖 無限角塔の一部を切斷除去した場合の磁場



附近に於ける磁場であるが、此の場合には (iii) に於ける (a) と (b) とを組合はせれば得られる。

#### § 4, 一平面上の磁力分布より磁化の方向を定める一方法

磁化物質が一様に磁化してゐるものとして、それに依る一平面上の磁力分布を知る事に依つてその物の磁化方向を求める事が出来る。但し磁化物質が有限の大きさを持つてゐる場合に限られる。

直角坐標  $xyz$  をとり  $xy$  平面を磁力分布の知れてゐる一平面に平行にとる。そして原點は次の條件が満足される様な範圍内にとるものとす。即ち  $r$  を原點より磁力分布の知れてゐる平面上の一點  $Q$  までの距離とし、 $r_0$  を原點から磁化物質の素量  $dv$  までの距離とする時  $r > r_0$  なる條件を満足する様にとるものとす。

然る時は  $\rho$  を  $dv$  と  $Q$  との距離とすれば、 $1/\rho$  は球函数によつて表はす事が出来る。即ち

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} &= \{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \theta\}^{-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{r} \left\{ 1 + \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 - 2\left(\frac{r_0}{r}\right) \cos \theta \right\}^{-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{r} \left[ P_0 + P_1 \frac{r_0}{r} + P_2 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 + \dots \right] \end{aligned}$$

この  $1/\rho$  を用ひて  $V_Q$  を表はせば

$$\begin{aligned} V_Q &= \int \frac{dv}{\rho} \\ &= \frac{1}{r} \int P_0 dv + \frac{1}{r^2} \int r_0 P_1 dv + \frac{1}{r^3} \int r_0^2 P_2 dv + \dots + \frac{1}{r^{n+1}} \int r_0^n P_n dv + \dots \quad \dots (9) \end{aligned}$$

上式に於て  $x, y, z$  ( $Q$  點の坐標) を含む項は  $r$  のみであるから

$$\frac{\partial V_Q}{\partial x} = -\frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial x} \left[ \int P_0 dv + \frac{2}{r} \int r_0 P_1 dv + \frac{3}{r^2} \int r_0^2 P_2 dv + \dots + \frac{n+1}{r^n} \int r_0^n P_n dv + \dots \right] \quad \text{等}$$

故に磁位  $P_Q$  は

$$\begin{aligned} P_Q &= \left( \frac{A}{r^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{B}{r^2} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{C}{r^2} \frac{\partial r}{\partial z} \right) \left[ \int P_0 dv + \frac{2}{r} \int r_0 P_1 dv + \frac{3}{r^2} \int r_0^2 P_2 dv + \dots \right] \quad \dots (10) \\ &= \left( \frac{A}{r^2} \cdot \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{B}{r^2} \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{C}{r^2} \frac{\partial r}{\partial z} \right) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{r^n} \int r_0^n P_n dv \end{aligned}$$

故に磁力の  $x, y, z$  成分は

$$X = \sum_{n=0}^{\infty} S_n^1 \int r_0^n P_n dv \quad Y = \sum_{n=0}^{\infty} S_n^2 \int r_0^n P_n dv \quad Z = \sum_{n=0}^{\infty} S_n^3 \int r_0^n P_n dv \quad \dots (11)$$

で表はす事が出来る。此處に

$$\left. \begin{aligned} S_n^1 &= \frac{n+1}{r^{n+5}} [ \{(n+1)x^2 - r^2\}A + (n+3)xyB + (n+3)sxC ] \\ S_n^2 &= \frac{n+1}{r^{n+5}} [ (n+3)xyA + \{(n+1)y^2 - r^2\}B + (n+3)ysC ] \\ S_n^3 &= \frac{n+1}{r^{n+5}} [ (n+3)sxA + (n+3)ysB + \{(n+1)s^2 - r^2\}C ] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

(12) 式に於いて未知數は磁化の成分  $A, B, C$  のみであるから,  $S_n^1 S_n^2 S_n^3$  は次の様に書き直す事が出来る.

$$S_n^1 = a_n' A + b_n' B + c_n' C \quad S_n^2 = a_n'' A + b_n'' B + c_n'' C \quad S_n^3 = a_n''' A + b_n''' B + c_n''' C \dots\dots (13)$$

此等の係數は (12), (13) 兩式を比較すれば得られ, 又これ等は互ひに獨立ではなく, 次の關係がある. 即ち

$$b_n' = a_n'', \quad a_n''' = c_n', \quad c_n'' = b_n'''$$

(11) 式に於いて更に

$$P_n' \equiv \int r_0^n P_n dv$$

と置けば,  $X, Y, Z$  は

$$X = \sum_{n=0}^{\infty} S_n^1 P_n' \quad Y = \sum_{n=0}^{\infty} S_n^2 P_n' \quad Z = \sum_{n=0}^{\infty} S_n^3 P_n' \dots\dots\dots (14)$$

となる.

一方磁力分布の知れてゐる平面上に於ける各點の磁力の  $xyz$  方向の成分を  $X_0, Y_0, Z_0; X_1, Y_1, Z_1; \dots, X_m, Y_m, Z_m$  とすれば, これ等は (14) 式に依つて表はされるから

$$\left. \begin{aligned} X_0 &= \sum_{n=0}^n (S_n^1)_0 P_n' & Y_0 &= \sum_{n=0}^n (S_n^2)_0 P_n' & Z_0 &= \sum_{n=0}^n (S_n^3)_0 P_n' \\ X_1 &= \sum_{n=0}^n (S_n^1)_1 P_n' & Y_1 &= \sum_{n=0}^n (S_n^2)_1 P_n' & Z_1 &= \sum_{n=0}^n (S_n^3)_1 P_n' \\ \dots\dots\dots & & \dots\dots\dots & & \dots\dots\dots & \\ X_m &= \sum_{n=0}^n (S_n^1)_m P_n' & Y_m &= \sum_{n=0}^n (S_n^2)_m P_n' & Z_m &= \sum_{n=0}^n (S_n^3)_m P_n' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

(15) 式に於いて未知數は磁化の強さの成分  $A, B, C$  と  $P_n' (n=0, 1, 2, \dots, n)$  のみである, 故に今  $AP_n', BP_n', CP_n'$  を以て未知數とすれば, その數は  $3(n+1)$  箇である. 一方方程式の數は  $3(m+1)$  箇であるから  $m=n$  と置く事によつて上式は解く事が出来る. 即ち

$$\left. \begin{array}{lll} AP_0' = \frac{\Delta(a_0)}{\Delta} & BP_0' = \frac{\Delta(b_0)}{\Delta} & CP_0' = \frac{\Delta(c_0)}{\Delta} \\ AP_1' = \frac{\Delta(a_1)}{\Delta} & BP_1' = \frac{\Delta(b_1)}{\Delta} & CP_1' = \frac{\Delta(c_1)}{\Delta} \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ AP_n' = \frac{\Delta(a_n)}{\Delta} & BP_n' = \frac{\Delta(b_n)}{\Delta} & CP_n' = \frac{\Delta(c_n)}{\Delta} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

但し

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{00}' b_{00}' c_{00}' a_{10}' b_{10}' c_{10}' \dots\dots\dots a_{n0}' b_{n0}' c_{n0}' \\ a_{01}' b_{01}' c_{01}' a_{11}' b_{11}' c_{11}' \dots\dots\dots a_{n1}' b_{n1}' c_{n1}' \\ \dots\dots\dots \\ a_{0n}' b_{0n}' c_{0n}' a_{1n}' b_{1n}' c_{1n}' \dots\dots\dots a_{nn}' b_{nn}' c_{nn}' \\ a_{00}'' b_{00}'' c_{00}'' a_{10}'' b_{10}'' c_{10}'' \dots\dots\dots a_{n0}'' b_{n0}'' c_{n0}'' \\ \dots\dots\dots \\ a_{0n}'' b_{0n}'' c_{0n}'' a_{1n}'' b_{1n}'' c_{1n}'' \dots\dots\dots a_{nn}'' b_{nn}'' c_{nn}'' \\ a_{00}''' b_{00}''' c_{00}''' a_{10}''' b_{10}''' c_{10}''' \dots\dots\dots a_{n0}''' b_{n0}''' c_{n0}''' \\ \dots\dots\dots \\ a_{0n}''' b_{0n}''' c_{0n}''' a_{1n}''' b_{1n}''' c_{1n}''' \dots\dots\dots a_{nn}''' b_{nn}''' c_{nn}''' \end{vmatrix}$$

又  $\Delta(a_n)$  は  $\Delta$  に於いて  $a_{n0}', a_{n1}', \dots, a_{nn}', a_{n0}'', a_{n1}'', \dots, a_{nn}'', a_{n0}''', a_{n1}''', \dots, a_{nn}'''$  の位置に夫々磁力  $X_0, X_1, \dots, X_n, Y_0, Y_1, \dots, Y_n, Z_0, Z_1, \dots, Z_n$  を置換した行列式である。

故に (16) 式より

$$\begin{aligned} A : B : C &= \Delta(a_0) : \Delta(b_0) : \Delta(c_0) \\ &= \Delta(a_1) : \Delta(b_1) : \Delta(c_1) \\ &\dots\dots\dots \\ &= \Delta(a_n) : \Delta(b_n) : \Delta(c_n) \end{aligned}$$

となり磁化の方向を知る事が出来るのである。

## § 結 尾

磁気異常を検討するに際して必要な諸條件は物體の形狀を知る事、磁化の方向及び強さを知る事である。これ等のうち形狀は大體の形は推定する事が出来るが磁化の方向及び強さはこれを全く知る事が出ない爲これ等はすべて適當に假定せられねばならなかつた。その爲實際計算上大なる支障を來たしたのである。これ等のうち一つでも知る事が出来れば吾人は大いに便宜を得るのである。

斯る意味に於いて筆者は磁化の方向を決定すべき一つの方法を案出した。この方法は物体が有限な形状を持たねばならないといふ制限はあるが實際問題に應用して略々その磁化方向を決定する事が出来る。尙此の方法により磁化方向を決定した後、永田武氏による方法——地表面の磁力分布より地下物体の形状を推定する方法——を用ひれば、局地的磁氣異常の検討はある程度まで達成せられたと云つてよいと思ふ。

尙、本論文中に於いて角礫が一樣な磁場内に置かれた場合のそれによる擾亂磁場を計算圖解した。終りに臨み終始御懇篤な御指導御援助を下さいました今道所長に對し深謝致す次第である。

---

# Memoirs of the Kakioka Magnetic Observatory

Vol. IV, No. 1. June, 2602. (1942)

## Abstract of Memoirs

---

### On the Spectrum of the Lightning

By M. KORWAI.

The spectrum of the light from the night sky often shows unusually predominant band at about  $\lambda$  6520Å (Fig. 1). This band is too intensive to ascribe to the light of the night sky and the author suspects it to be the light from the lightning. To make sure of it, he has observed the spectra of the lightning in the summer 1940.

In this paper he reports the wave-lengths and characters of the spectrum of the lightning and compares the spectrum with the spark and low pressure discharge spectra in laboratory.

He identifies the lines and bands with the most probable element in the air.

---

### Some problems of the relation between disturbed magnetic force and a magnetized body

By T. YUMURA.

In his previous papers, the writer gave the results of distribution and the local anomalies of the Earth's magnetic field, but in attempting to discuss the anomalies theoretically, he had to put some assumptions to the following factors:

- (1) the geometrical form and the position of the vertical direction of the subterranean body,
- (2) the cause of the magnetization of the body,
- (3) the direction and the magnitude of the magnetization.

At first, for (1), the form and depth shall be roughly imagined from the disturbed field on the Earth's surface and geological structure, excepting the case when they were found by the boring. In either case, however, the ideal form must be considered for theoretical discussion.

Next, as regards the second, we may be able to consider the following causes:

- (1) the Earth's magnetic induction to the substance of the earth's crust,
- (2) the permanent magnetism of rocks,
- (3) the electromagnetic action due to a local earth-current.

But we can't easily determine to which of the three the cause of magnetization belongs.

In general, theoretical calculations will be carried out under the condition that the magnetization is caused by the Earth's magnetic induction, and uniform all over the body, with its direction parallel to the Earth's magnetic field, having the magnitude defined by the susceptibility and the field. In practice, these idealised conditions above mentioned are not fulfilled.

If a substance of an arbitrary form is placed in the Earth's magnetic field (generally, in a uniform

field), it is not uniformly magnetized; that is, the magnetic induction at every point is not the same.

The form of the substance, in which it is uniformly magnetized, is only an ellipsoid. Even if the substance is uniformly magnetized, the direction of its magnetization is not parallel to that of the outer field. The form of the substance, in which the direction of the magnetization is parallel to that of the outer field, is only a sphere.

If the magnetization of the body depends only on magnetic induction,  $A$ ,  $B$ ,  $C$ — $x$ ,  $y$ ,  $z$ -components of the magnetization respectively—are defined by

$$A = \frac{F_{0x}}{\frac{1}{\kappa} + N_x}, \quad B = \frac{F_{0y}}{\frac{1}{\kappa} + N_y}, \quad C = \frac{F_{0z}}{\frac{1}{\kappa} + N_z}$$

where  $F_0$  is the outer field,  $\kappa$  the susceptibility, and  $N$  the demagnetizing factor.

In general these three components of the demagnetizing factor are not equal, and the direction of magnetization, usually, is not parallel to the outer field. Only in the case of which  $\kappa$  is smaller than  $10^{-3}$ , the contribution of the factor to the direction of the magnetization becomes out of consideration.

Under such assumptions, the writer gives, in this paper, the field of the rectangular solid placed in a uniform field.

The writer has mentioned in this paper that the direction of the magnetization can not be determined so easily, when the body has a permanent magnetism, or is magnetized by induction. The following method, however, will bring to light this problem to a certain degree.

If the origin of a rectangular coordinates is taken appropriately in or near the body, such as  $r > r_0$ , where  $r$  is the distance from the origin to some external point and  $r_0$  from the origin to any volume element in this body, then the distance from the volume element to the external point is represented by a spherical harmonic series.

Hence, if the magnetization of this body is uniform, the magnetic potential, consequently the magnetic force, due to this body is represented by a spherical harmonic series; that is

$$X = \sum_0^n S_n^1 \int r_0^n P_n dv \quad Y = \sum_0^n S_n^2 \int r_0^n P_n dv \quad Z = \sum_0^n S_n^3 \int r_0^n P_n dv$$

Since  $S_n^1, S_n^2, S_n^3$  are linear functions of  $A, B, C$ , the values of  $AP_n', BP_n', CP_n'$  are obtained ( $P_n' = \int r_0^n P_n dv$ ). Hence, by taking the ratio of these values, the direction of the magnetization will be found.

## Distribution of the Earth's magnetic field in Akita prefecture—Part I.

By T. YUMURA.

Abstract—From June to October, 1940, the magnetic observation of the vertical and horizontal intensity was carried out in Akita prefecture by the author and Mr. S. Kikuti.

The number of the stations for observation was 384, in which three standard stations, Akita, Odate and Yokote were included, and the instruments used were the vertical and horizontal field-balance by Ad. Schmidt.

The object of this survey were not only to obtain the distribution of the Earth's magnetism in

Akita prefecture, but also to investigate the following:

- (1) the distribution of the magnetic intensity over the oil-field,
- (2) the character of the magnetic field due to a volcanic mountain.

Oil-exploration is an indirect application of the magnetic method and furthermore has a double indirect nature. First, oil itself can't be found magnetically; we must rely on finding favourable structures in such formations as are expected to be oil-bearing; secondly, inasmuch as these formations are mostly non-magnetic, we must attempt to find igneous rocks which bear a known structural relation to the potential oil-formation,—the anticlinal formations of buried igneous rocks and the faults of the same rock or of crystalline formations.

As above mentioned, it is very difficult to apply the magnetic method to the oil-exploration but the writer almost accomplished his object by observing the anomalous band parallel to the oil-field which runs from south to north nearly along the coast of the Nippon Sea and by the detailed observation about the Asahigawa oil-field lying in the northern part of the field. (The latter result will be mentioned in Part II of this manuscript.)

For the second object, by the observations of two volcanic lakes, Towada and Tazawa, the author found some typical anomaly as a magnetic property of volcanic mountains.

The distribution of magnetic forces about volcanic mountains was observed at Mt. Fuji by Professor A. Tanakadate and at Mt. Mihara by Dr. T. Nagata, etc, and these results agree with that of the author about the surroundings of the central part of the mountain, but, since their observing stations were chosen roughly, those results could not give the state near the centre.

As the writer chose the denser net of stations near the centre, the state of the central part was considerably brought to light.

The direction of the magnetisation of subterranean rocks at Towada was found by the method, originally given by the author. (See the preceding paper, "Some problems of the relation between magnetic disturbed force and a magnetized body.")

---