磁力變化計(ヴァリオメーター)の溫度効果の償却に就いて

伊　藤　小　三　郞

On the Temperature Compensation of Magnetic Variometers.

By K. Ito.

Theories of temperature-compensation of an unifilar, a bifilar, and a Lloyd's vertical variometers by means of magnet are described. Moreover their applications to practical treatment are given, and possibility of temperature-compensation by a moving magnetic system itself is also suggested.

I. 概　說

地球磁場は日常極めて小さな變化をしてゐる．吾々は其の變化を究める爲めに偏角，水平分力，鉛直分力等所謂地磁氣の三要素に分けて觀測する．而して各要素の變化の連續記錄を得る爲めに用ひられる器械が夫々同名の變化計である．主題に入る前に先づ順序として此の三種の變化計に就いて極めて簡單な說明を加へることゝする．

偏角變化計では小磁針(反射鏡を附した)を極めて細い水晶系で水平になる樣に吊し磁針が磁氣子午線（平均位置）と一致した時に吊り糸の捩れがなくなる樣に調節する．すると吊糸の捩れの彈力は極めて小さいから，日常の小さい變化の範圍では，磁針は常に磁氣子午線と一致して動くものと看做し得る．そこで之れに光線を當て擴大された光點の運動として感光紙上に投ぜられる．

水平分力變化計では反射鏡の面が 90° 異なる丈けで偏角用のものと同一である．吊絲を捩ぢて其の彈力により磁針を磁氣子午線の平均位置に直角にして置く，すると水平分力の增減によつて磁針は吊絲を軸として何方かに回轉するが，其の角度は極めて小さいから水平分力は常に磁針の磁軸に直角に作用すると考へて差支なく，又吊絲の捩ぢれの彈力は捩ぢれの角に比例するから，水平分力の變化は磁針の回轉する角に比例することになる．そこで之れを光學的に擴大して感光紙上に畫かせる．

鉛直分力の變化計では天秤形に組立てた磁石が用ひられる．そして天秤の刄形を磁氣子午線內に(從つて磁軸は東西になる)置き，磁軸に並行に取付けてあるネヂの切つてある細い心棒に嵌つた分銅を動かして磁軸を水平に釣合せる．此際鉛直分力の及ぼす回轉能率と釣合ふところの全磁石系に働く重力の回轉能率は，其の重心が刄形を含む鉛直面から偏れる時に畫く圓弧の正弦に比例する．だから其圓弧を α とすれば能率の變化は日常の變化の如き小變化 $(\Delta\alpha)$ では $\cos\alpha\cdot\Delta\alpha$ に比例し $\cos\alpha$ は常數と考へ得るから，$\Delta\alpha$ に比例する，從つて鉛直分力の變化は磁針の動いた角に比例する

と考へてよい．そこで之を光學的機構で擴大して記錄せしめることは前同樣である．

以上三種の器械によつて三要素の變化は夫々の曲線となつて得られるから，吾々は時々絕對値の觀測を行つて曲線上の同時刻の眞の値を定めて行くのである．ところが吾々が用ふる磁石は，其の保有する磁氣量が溫度によつて變化したり，時の經過と共に減少するものであるから，變化計が記錄する曲線には當然此等の變化が含まれる．從つて之れを取除く爲めに，溫度補正を施し，手數のかゝる絕對值觀測も頻繁に行ふ必要が起つて來る．

變化計室の溫度が一定に保ち得るならば問題はないが，夫れは經費上並に監理上の困難で實行は六ケ敷しい．だから一般には變化計室を地下室或は半地下室にして溫度の日變化を無くしてあるのみである．從つて年變化に對しては補正を施さねばならない．

此の手數を省く爲めに考案せられたのが本稿で述べんとするところのものである．

三變化計中，偏角用のものは磁力の大小に關係ないから溫度變化にも無關係である．依つて溫度效果の償却(以下單に償却と云ふ)を要するのは他の二變化計であるが，先づ溫度が變化すると變化計に如何なる結果が顯はれるかを考へて見やう．磁石は常溫では溫度が昇れば一定の割合で其の磁氣能率を減じ溫度が降れば增加する．而して溫度一度に就いて變化する量と標準溫度の時の全磁氣能率との比を其の磁石の溫度係數と呼んでゐる．磁針の溫度變化は見掛け上當該分力が變化した樣な結果になる，即ち溫度が昇れば分力は減じた樣な，溫度が降れば分力が增加した樣な結果となる．そこで若し吾々が地球磁力と釣合せてある相手の力(即ち水平分力の方では吊糸の捩力)による回轉能率を地磁氣に依るものと同量づつ變化せしめ得るならば當然溫度の影響を打消し得る理である．然し之は少くも水平分力の方では出來ない相談である．けれども此の相手の力の一部分を磁石の磁力で置き換へるならば磁針の溫度變化が導入されるから償却も可能となつて來る譯である．是が即ち定性的な補助磁石による償却の概念である．

又一方に於て同時に一定の感度を要求せられる等償却を實地に行ふには種々の量的關係を知る必要がある．そこで先づ補助磁石の作用の數量的表示から初める．

II.　補助磁石の作用．

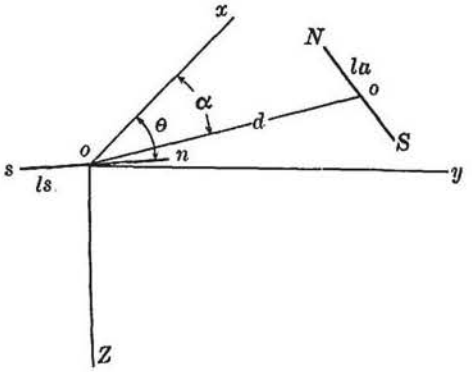
補助磁石を取付ける場所は器械の構造上及取扱上便利なものが撰ばれるから勢ひ少數の場合に限られる．從つて次に述べる樣な數個の相對位置に對するものを知れば充分と思はれる．一般に二個の磁石の任意な位置に於ける相互作用は，相互位置のエナーヂーの式から導かれる．而して本問題に必要な補助磁石が磁針に及ぼす磁力の回轉能率は，磁針の回轉軸の周りの角に就いて微分して得られる．然し今は夫れを示すのが目的でないから直に其の結果を持つて來て話を進める．

(4)　磁針が水平に吊られ補助磁石が磁針と同一水平面內にあり且磁針の中心を通る直線で直角

に二等分せられる場合(水平分力).

直角坐標を次の様にとる. xy 面を水平面と一致させ x 軸を地磁氣の北に, y 軸を東に, z 軸は下方に向つてとる. そして諸量の記號を次の様に定める.

第 1 圖



NS＝補助磁石　　ns＝吊るされた磁針

M_a, M_s＝補助磁石, 磁針の磁氣能率

l_a, l_s＝　〃　〃　極間距離の二分の一

θ＝磁針 n 極の方位 (x より y に向つて測る)

α＝補助磁石の中心の方位(同上)

$\Delta=\alpha-\theta$

d＝兩磁石中心間の距離

F＝磁針の磁氣能率を 1 とした場合の磁針に働く回轉能率

猶ほ事柄を簡單にする爲めに磁針の n 極は常に磁氣子午面の東側にあるものと考へる (以下凡て同樣).

F は相互位置のエナーヂー, V を θ に就いて微分して得られる, 即ち $F=-\frac{1}{M_s}\frac{\partial V}{\partial\theta}$ なる計算によつて得られたものであつて, d の降冪の順に整理し d^{-7} の項までとれば實用上充分とせられる. 實用上一般に使用せられる形に書き表すと次の通りである.

$$
(A)\left\{
\begin{aligned}
F&=\frac{M_a}{d^3}K\cos\Delta\\
K&=1+\frac{P}{d^2}+\frac{Q}{d^4}\\
P&=-\frac{3}{2}\left[l_a^2+11l_s^2\left(1-\frac{15}{11}\cos^2\Delta\right)\right]\\
Q&=\frac{15}{8}\left[l_a^4+34l_a^2l_s^2\left(1-\frac{23}{11}\cos^2\Delta\right)+29l_s^4\left(1-\frac{126}{29}\cos^2\Delta+\frac{105}{29}\cos^4\Delta\right)\right]
\end{aligned}
\right.
$$

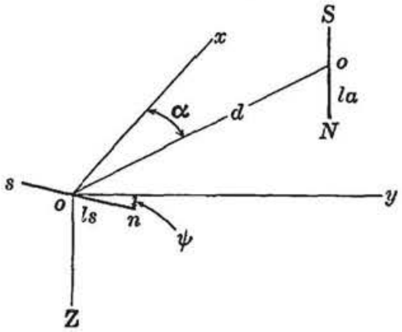
P, Q は夫々第一, 第二分布常數と呼ばれるものである.

玆で序に償却に適する補助磁石の位置を撰擇して置かふ.

磁針の n 極が東側にあるのであるから, 水平分力による回轉能率は θ を小さくする向き卽ち負であるから, 償却の目的には F の正なることを要する. ところで一寸注意を要することは, 補助磁石 NS の極を反對に置き換へると各極間に働く力は其位置に於ける前のものと凡て反對になるから F も符號を變へる筈であるのに上式では夫れが示し得ない. 之れは d 線と補助磁石のなす角を直角と

した爲め，補助磁石の方位を示す角が式中に顯はれてゐないからである．第一象限で圖の樣な配置卽ち N 極が d 線の北側にあるものとして計算した結果が (A) 式の通りであつて，d は少くも l_a, l_s 等の三倍以上にとられるから，此の場合 F は明らかに正であつて償却に適する．α を 180° 增せば卽ち實物に就いて云へば NS を保持する腕を 180° 回轉すれば，$\cos\Delta$ の符號が變るから，若し器械の對稱性を保つ爲めに同大の磁石今一個を第三象限に於て磁針から同距離に置く場合には兩補助磁石の N 極は共に d 線の北側に置かねばならない．

第 2 圖



(B) 磁針は x 軸を軸として yz 面内で回轉し得るものとし補助磁石の中心を xy 面上に置き，其の磁軸を z に並行にした場合(鉛直分力)．

磁針の回轉角 ψ を y から z に向つて測ることゝし其他は前と同樣の記號を用ふる．補助磁石の向きを z と同方向卽ち N 極を xy 面の下方にありとして計算を行つた結果は次の通りである．

$$
(B)\left\{\begin{aligned}
&F=-\frac{M_a}{d^3}K\cos\psi\\
&K=1+\frac{P}{d^2}+\frac{Q}{d^4}\\
&P=-\frac{3}{2}[l_a{}^2+l_s{}^2(1+10\sin^2\alpha)-15l_s{}^2\sin^2\alpha\cos^2\psi]\\
&Q=\frac{15}{8}\Big[l_a{}^4+6l_a{}^2l_s{}^2\Big\{\Big(1+\frac{14}{3}\sin^2\alpha\Big)-\frac{2}{3}\Big(1+\frac{9}{2}\sin^2\alpha+6\sin^4\alpha\Big)\cos^2\psi\Big\}\\
&\qquad+l_s{}^4\{1+28\sin^2\alpha-(66\sin^2\alpha+60\sin^4\alpha)\cos^2\psi+105\sin^4\alpha\cos^4\psi\}\Big]
\end{aligned}\right.
$$

磁針の n 極が磁氣子午面の東側にあるとき，鉛直分力に依つて生ずる磁針の回轉能率は ψ が增加する方向卽ち正の方向に作用するから，償却に要するものは負であつて (B) が之に適することを知る．

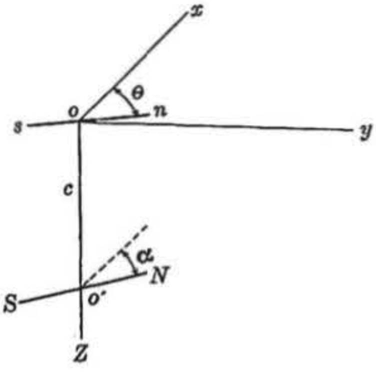
(C) 磁針は鉛直軸の周りに回轉し得るものとし補助磁石の中心が z 軸上にあり且つ其磁軸が xy 面に並行な場合（水平分力）．

補助磁石が x 軸となす角を α とし $OO'=c$ として計算を行ふと

$$
\left\{\ F=\frac{M_a}{c^3}K\sin(\theta-\alpha)\right.
$$

$$(C)\begin{cases} K=1+\dfrac{P}{c^2}+\dfrac{Q}{c^4} \\ P=-\dfrac{3}{2}(l_a^2+l_s^2) \\ Q=\dfrac{15}{8}[(l_a^2+l_s^2)^2+4l_a^2l_s^2\cos^2(\theta-\alpha)] \end{cases}$$

第 3 圖



此の場合は F は θ が不變の時 α が 180° 增減する每に符號を變へ又 $(\theta-\alpha)$ の正負によつても符號を變へる. (A) の場合の通り水平分力による回轉能率は負だから償却の爲めには F が正なるを要する. そして F が正なる爲めには補助磁石の N 極が子午面の東側にあつて $(\theta-\alpha)$ が正なるか,西側にあつて $\theta-(\alpha-180°)$ が負なる場合である.

III. 一本吊水平分力變化計の償却.

今水平分力計で,吊絲の捩れの彈力及 (A) なる位置の補助磁石の磁力が,反對の向きに働く水平分力 H と釣合ひ磁針は方位 θ なる位置をとつたとすれば

$$M_sF+\phi\Theta-HM_s\sin\theta=0 \qquad (\text{但 } H \text{ 自身は正量と考へる})$$

となる. 玆に ϕ は磁針が方位 θ なる位置をとつた時に, 吊絲に加はつてゐる捩れの角であり, Θ は單位角(ラヂアン)の捩れに對する吊絲の彈力の回轉能率である.

實際の觀測では磁針は平均子午線に直角になる様に調節されるから θ は $\frac{\pi}{2}$ に極めて近い角である. 依つて $\theta=\frac{\pi}{2}-\varepsilon$ として上式を書き直すと

$$H=(F+\phi\Theta/M_s)\sec\varepsilon \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

勿論 F,ϕ にも此置換へを行つたものと考へる. 一度び調節を終れば, 溫度が變らない限り, H の變化に連れて上式の右邊中にある量で變るものは ϕ と ε だけである. 然るに $\phi=\phi_0+\varepsilon$ であるから, 上式を簡單に $H=f(\varepsilon)$ と書き, $\varepsilon=0$ に對應する H,F,ϕ の値を夫々 H_0,F_0,ϕ_0 とし, 溫度が變らぬ時に H が H_0 から $H_0+\Delta H$ に, ε が 0 から ε に變化したとすれば

$$H_0+\Delta H=f(0)+\varepsilon f'(0)+\frac{\varepsilon^2}{2}f''(0)+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

從つて

$$\frac{\Delta H}{\varepsilon}=f'(0)+\frac{\varepsilon}{2}+f''(0) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

となる. $\Delta H/\varepsilon$ は所謂角寸法値の, 磁針の偏れが ε であるときの平均値である. 自記裝置では磁針の動きを光學的に擴大して記錄する. そして記錄した自記紙上で曲線の縱線の長さ 1mm に對する

H の變化を γ 單位で表はしたものを H の寸法値と稱する．寸法値を S として縦線を n mm とすれば

$$S=\Delta H/\Delta n=(\Delta H/\Delta\varepsilon)(\Delta\varepsilon/\Delta n)=(1/2D)(\Delta H/\varepsilon) \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

但し D は磁針の反射鏡から自記紙までの距離を mm で表はしたものである．

さて地磁氣の日常變化では平均位置からの動き ε は極めて小さいものである．一例を示すならば，反射鏡と自記紙との距離を $D=1500$ mm とし ΔH を稀有な磁氣の例として 300γ として見ると，S が若し 2γ/mm に調節してある場合なれば，此の際の磁針の動きは (4) 式から

$$\varepsilon=\frac{1}{2\times1500}\cdot\frac{300}{2}=0.05 \text{ ラヂアン}\fallingdotseq2.8^\circ$$

である．

序に 0 から ε までの平均の寸法値 S_m は (3) と (4) から，(2) 式の第三項までとり

$$S_m=\frac{1}{2D}f'(0)+\frac{\varepsilon}{2}\cdot\frac{1}{2D}f''(0)$$

となる．

$$\left.\begin{aligned} f'(0)&=\Theta/M_s+F_1\cos\alpha \qquad \left(\text{但し}\quad F_1=\frac{M_a}{d^3}K\right)\\ f''(0)&=\phi_0\Theta/M_s=H_0-F_0\\ \varepsilon&=n/2D \end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

を代入すると

$$S_m=\frac{1}{2D}(\Theta/M_s+F_1\cos\alpha)+\frac{1}{2}\frac{(H_0-F_0)}{(2D)^2}n$$

$$=S_0+\frac{1}{2}qn \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

償却が達成されて F_0 が定まり且つ H_0 が分れば n の係數 $\frac{1}{2}q$ も分つて來る．例へば，$F_0=\frac{1}{2}H_0$，$H_0=30900\gamma$ とし，D を前例の様に 1500 mm とすると $q=0.0017$ となる．

實地の問題として H_0 を知るには $\varepsilon=0$ に對應する光點の自記上（或は其の延長上）の位置卽ち $n=0$ なる位置を知るを要する．それには磁針の中心，スリット及ドラム等の相對位置及び方位を決定すればよい．左樣にして $n=0$ から基線までの相對距離が知れたとし夫れを n_0，基線から自記用の光點迄の距離を n_1 とすれば實際の H の値は

$$H=B+\frac{1}{2}\left[\left(S_0+\frac{1}{2}qn_0\right)+\left(S_0+\frac{1}{2}q(n_0+n_1)\right)\right]n_1$$

$$=B+\left[S_0+\frac{1}{2}q\left(n_0+\frac{1}{2}n_1\right)\right]n_1 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

となる．B は H の基線値である．

以上は補助磁石を用ひて，溫度の變らない時に就いて述べたものである．次に溫度が變る場合に就いて述べる．今 H が變らない時に室の溫度が Δt だけ變れば M_a, M_s, Θ, d 等が變化して ε を變化せしめ，恰も H が ΔH だけ變化した樣に見える．此の見かけの ΔH は磁針を舊位置に復せしむるに要する H の變化と同大で方向は反對である．云ひ換へれば此の見掛けの ΔH は釣合の式 (1) に於て ε を常數として t に就いて微分して得るものゝ符號を換へたものに等しい．依つて溫度係數 η は (2) 式から

$$\eta=-\frac{\Delta H}{\Delta t}=-\frac{\Delta}{\Delta t}f(0)-\frac{\Delta}{\Delta t}(\varepsilon f'(0))-\frac{\Delta}{\Delta t}\left(\frac{\varepsilon^2}{2}f''(0)\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

上式の最後の項は ε^3 に匹敵する量だから省略して差支へない．すると

$$\eta=-\frac{\Delta}{\Delta t}f(0)-\varepsilon\frac{\Delta}{\Delta t}f'(0)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8')$$

さて償却は此の η を 0 ならしむるにあるが故に，償却の條件として

$$\frac{\Delta}{\Delta t}f(0)=0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

及び

$$\frac{\Delta}{\Delta t}f'(0)=0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

なるを要する．同時に $\varepsilon=0$ なる位置に於て適當な寸法値 S_0 を持たしむることにすれば

$$2DS_0=f'(0)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

故に償却の狀態を決定する爲めに (1), (9), (10) 及 (11) なる四個の式が得られる．然るに四式に含まれる諸量中任意に調節し得るものは d, α, ϕ_0 の三個のみであるから M_a, M_s, Θ 及び其等の溫度係數 $-\mu_a, -\mu_s, \gamma$ 並びに眞鍮の膨脹係數 β 等の間に，特別な關係が成立たなければ前記三量を決定する事は出來ない．そこで (10) 式を一個省けば當然三量は決定され $\varepsilon=0$ なる位置の償却は達成される．此の償却を便宜上一次の償却と名付ける．

(10) の左邊は $(\Delta S_0/\Delta t)$ とも書けるから (10) の條件を加へないことは寸法値の溫度變化を許すことである．從つて一次の償却を行つたのみでは寸法値は n の函數であるのみならず t の函數となる．(10) 式の償却卽ち二次の償却をなすには，前記四式中に新しい變數を導入する工夫をしなければならない．此の場合の一つの方法として筆者は今一個の補助磁石を用ひればよいと思ふ．

前に掲げた (C) 式に於て $\theta=\frac{\pi}{2}-\varepsilon$, $\alpha=\frac{\pi}{2}$ (ε 卽ち磁針の動く角は y から x に向つて測るものを正とする從つて H, F, ϕ_0 等の符號も第二節のものと反對になる) とすると

$$\left.\begin{aligned}F_c&=-\frac{M_c}{c^3}K_c\sin\varepsilon\\K_c&=1+\frac{P}{c^2}+\frac{Q}{c^4}\\P&=-\frac{3}{2}(l_c^2+l_s^2)\\Q&=\frac{15}{8}[l_c^2+l_s^2)^2+4l_c^2l_s^2\cos^2\varepsilon].\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

となるから明らかに磁針の $\varepsilon=0$ なる位置に對しては (C) 磁石による回轉能率は零であるから磁針の此の位置に於ける釣合にも亦償却にも關與しない．けれども $\frac{\partial F_c}{\partial\varepsilon}$ が零でないから感度には關係して來る．斯樣に磁針の標準位置に對して感度のみに關與する樣に置かれた補助磁石を感度磁石と呼ぶ．

さて此の感度磁石は器械の感度を左右し得るから，當然其れ自身の溫度變化が器械の感度中に入つて來る．そこで之を利用して二次の償却を解決しようと云ふのである．前記四式中に F_c を導入し微分計算を行つて書直すと次の四式を得る．

$$H_0=\phi_0\frac{\Theta}{M_s}+\frac{M_a}{d^3}K\sin\alpha\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

$$\phi_0(\gamma+\mu_s)\frac{\Theta}{M_s}-(\mu_a+3\beta)\frac{M_a}{d^3}K\sin\alpha=0\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

$$(\gamma+\mu_s)\frac{\Theta}{M_s}-(\mu_a+3\beta)\frac{M_a}{d^3}K\cos\alpha-(\mu_c+3\beta)\frac{M_c}{c^3}K_c=0\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

$$2DS_0=\frac{\Theta}{M_s}+\frac{M_a}{d^3}K\cos\alpha+\frac{M_c}{c^3}K_c\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

但し．$\frac{dM_a}{dt}=-\mu_a$, $\frac{dM_s}{dt}=-\mu_s$, $\frac{dM_c}{dt}=-\mu_c$, $\frac{d\Theta}{dt}=\gamma\Theta$, $\frac{d(d)}{dt}=\beta d$, 又近似的に $\frac{\partial K}{dt}=\frac{dK_c}{dt}=0$, $\frac{\partial K}{\partial\varepsilon}=\frac{\partial K_c}{\partial\varepsilon}=0$ としてある．此の聯立方程式より次の解が得られる．

$$\left.\begin{aligned}\tan\alpha&=\frac{H_0(\gamma+\mu_s)(\mu_a-\mu_c)}{[(\Theta/M_s)(\gamma+\mu_s+\mu_c+3\beta)-2DS_0(\mu+3\beta)](\gamma+\mu_a+\mu_s+3\beta)}\\d^3&=\frac{M_aK(\gamma+\mu_a+\mu_s+3\beta)\sin\alpha}{H_0(\gamma+\mu_s)}\\c^3&=\frac{M_cK_c(\mu_a-\mu_c)}{2DS_0(\mu_a+3\beta)-(\Theta/M_s)(\gamma+\mu_a+\mu_s+3\beta)}\\\phi_0&=\frac{H_0(\mu_a+3\beta)}{(\Theta/M_s)(\gamma+\mu_a+\mu_s+3\beta)}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(17)$$

式中 α は x から y に向ふものを正とした角, ϕ_0 は H に反抗する向きに加へられるものを正とした吊絲の捩れの角である. 又 c は 磁針の中心から上下何れに取つてもよい.

上式によつて與へられる四量によつて, 補助磁石の取付けを行へば二次の償却が達せられる筈であるが, 實際は器械の製作上の誤差や計算上の省略等の爲に, 之が直ちに理想的な結果を與へることは望み難い. 從つて取付けを行つたら室の溫度を人工的に變化して償却の正否を驗する必要がある. 其の結果に依つては上記四量に適當な修正を加へねばならない. 然らばどんな手順に依るべきであらうか. 其には先づ溫度と H の曲線の縱線との關係式を知つて置くと都合がよい. (8′) から

$$\left.\begin{aligned}
&\eta=\eta_0+p's=\eta_0+pn.\\
&\eta_0=(\gamma+\mu_a+\mu_s+3\beta)\frac{M_a}{d^3}\sin\alpha-(\gamma+\mu_s)H_0.\\
&p=\left(\frac{1}{2D}\right)\left[(\mu_a+3\beta)\frac{M_a}{d^3}K\cos\alpha+(\mu_c+3\beta)\frac{M_c}{c^3}K_c-(\gamma+\mu_s)\frac{\Theta}{M_s}\right]
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

であり寸法値 S は (6) 式によつて

$$S=S_0+qn$$

であるから, 縱線 n なる點に於ては,

$$d_n=\frac{\eta\,dt}{S}=\frac{\eta_0+pn}{S_0+qn}dt.$$

なる關係がある. p, q は夫々 η_0, S_0 に比し三四桁低い數であるから, pn, qn の積も亦省略し得るものと假定すると, 近似的に

$$dt=\frac{1}{\eta_0}(S_0+qn)\left(1-\frac{p}{\eta_0}n\right)dn=\left\{\frac{S_0}{\eta_0}+\left(\frac{q}{\eta_0}-\frac{S_0p}{\eta_0^2}\right)n\right\}dn.$$

溫度 t_1, t_2 に對應する n の値を夫々 n_1, n_2 とすれば積分によつて

$$t_2-t_1=\frac{S_0}{\eta_0}(n_2-n_1)+\frac{1}{2}\left(\frac{q}{\eta_0}-\frac{S_0p}{\eta_0^2}\right)(n_2^2-n_1^2).$$

或は右邊第二項を補正項と考へて

$$n_2-n_1=\frac{\eta_0}{S_0}(t_2-t_1)+\frac{1}{2}\left(\frac{p}{\eta_0}-\frac{q}{S_0}\right)(n_2^2-n_1^2)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

或は簡單に

$$n_2-n_1=a(t_2-t_1)+\frac{1}{2}b(n_2^2-n_1^2).\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

此の式によつて試驗中溫度が t_1 から t_2 に變るときに, H 曲線の走向から (t_2-t_1) 及 $(n_2^2-n_1^2)$ の項の係數の符號を判定し得るであらう. 勿論其の間の地球磁場の H 分力の變化は別室で自記させた他の器械の記錄と比較して消去しなくてはならない. 若し其が出來ない場合には靜かな日の變化の少い時刻を撰び成るべく短時間に溫度の上下を行ふべきである. (20) の右邊各項の係數の大き

さから分る通り n の變化は大體 t の變化に比例するから H 曲線は試驗の際 t が一樣な割合で增加或は減少する間は直線に近い曲線となる．若し基線に平行な直線を畫けば償却は完全である事を示し，並行線より上方にあれば $\eta_0>0$ 即ち (A) 磁石による償却の過大なるを示し，下方にあれば過小なるを示す．

若し亦其の曲線が上方に彎曲すれば第二項の係數 b が正である事を示し，下方に彎曲すれば負である事を示す．今假に a, b 兩係數共正であるとするならば，先づ之を $-a, -b,$ にする樣な調節を試みる．此際の調節量を夫々 $\Delta d, \Delta\alpha, \Delta c, \Delta\phi_0$ とすれば此等は次の樣な條件から定つて來る．即ち

$$-a=\Delta a=\Delta\left(\frac{\eta_0}{S_0}\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

$$-b=\Delta b=\Delta\left(\frac{p}{\eta_0}-\frac{q}{S_0}\right) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

釣合の位置を變へないこと及び寸法値を變へないことから

$$\Delta\left(F+\phi_0\frac{\Theta}{M_s}\right)=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

及び

$$\Delta S_0=0. \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

以上四つの條件から次の四個の聯立方程式が得られる．

$$\left.\begin{array}{lr}
(23)\text{ から} & a_1\Delta\phi_0+b_1\dfrac{\Delta d}{d}+c_1\Delta\alpha=0 \\
(24)\text{ から} & b_2\dfrac{\Delta d}{d}+c_2\Delta\alpha+d_2\dfrac{\Delta c}{c}=0 \\
(21)\text{ から} & a_3\Delta\phi_0+b_3\dfrac{\Delta d}{d}+c_3\Delta\alpha=e_3 \\
(22)\text{ から} & b_4\dfrac{\Delta d}{d}+c_4\Delta\alpha+d_4\dfrac{\Delta c}{c}=e_4
\end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

玆に

$$(26)\left\{\begin{array}{lllll}
a_1=\dfrac{\Theta}{M_s}, & b_1=-3A\sin\alpha, & c_1=A\cos\alpha, & & \\
 & b_2=3A\cos\alpha, & c_2=A\sin\alpha, & d_2=3c, & \\
a_3=\mu_3\dfrac{\Theta}{M_s}, & b_3=-\mu_1 b_1, & c_3=-\mu_1 c_1, & & e_3=-aS_0 \\
 & b_4=\dfrac{3\mu_1 A\cos\alpha}{2D\eta_0}, & c_4=\mu_1 A\sin\alpha-\dfrac{A\cos\alpha}{4D^2S_0}, & d_4=3\mu_2 c, & e_4=b \\
 & \quad -\dfrac{3p(\mu_1+\mu_3)A\sin\alpha}{\eta_0^2} & \quad +\dfrac{p(a_1+a_3)A\cos\alpha}{\eta_0^2} & & \\
 & \quad +\dfrac{3A\sin\alpha}{4D^2S_0}, & & &
\end{array}\right.$$

但し. $A=\frac{M_a}{d^3}K,\ \ c=\frac{M_c}{c^3}K_c,\ \ \mu_1=\mu_a+3\beta,\ \ \mu_2=\mu_c+3\beta,\ \ \mu_s+\gamma=\mu_3$ である.

(25) 式の各項の係數は (26) により (6), (17), (18) で與へられる數値を用ひ適當な省略計算をすれば左程面倒でもあるまい. 又求むる調節量も其の符號に重きを置き有效數字は一桁か二桁でよいと思ふ. 斯様にして得た $\Delta d, \Delta\alpha, \Delta c, \Delta\phi_0$ の加減を實行し, 再び同樣な溫度變化の實驗をすれば, 其の際得る H の曲線は基線を界として略前と對稱なものとなる筈であるから, 其模樣を見て適當な Δd 等の中間値を與ふる事にすればよい.

補助磁石による回轉能率 F は器械の構造上の缺點, 据付の不良等に依つて前に揭げた値と實際との間に可なりの開きがあことが多い. 之を顧慮して (A) の場合に對しては實驗的に決定する方法がある.

夫は d を一定とし補助磁石を取付けてゐる腕と磁針とのなす角 σ を 0 から次第に增し 2π に達すれば補助磁石と磁針との關係は全く舊に復するから F は週期函數であること明かである. だから之を調和分析の方法で決定する. その爲め σ に 360° を幾つかに等分した値を與へ F を實測する. 實測の方法は磁針を一定の位置に保ち σ を $0, 30^\circ, 60^\circ, \cdots\cdots$ 等の如く變化する. 磁針を一定に保つには吊絲の捩れを加減してする. そして F は其時にかゝつてゐる捩れの角 ϕ から $F=\phi(\Theta/M_s)$ として與へられる. 一定に保つべき磁針の位置は度盛環の中心に立てた垂線が吊絲と一致してゐる場合には何處に撰んでも差支へない譯であるが, 一致してゐなければ磁針の位置によつて多少異なつて來る. 若し此點に顧慮を要するならば, H を自記するときに占める位置卽ち y 軸と重なる位置をとらすのがよいことになる. けれども此位置では最初補助磁石なしで此位置に持來すに要する捩れの角 ϕ_0 を差引かねばならない. のみらず一本吊りでは斯樣な位置では安定な釣合ひの範圍が狹い. 云ひ換れば捩冠の調節などで磁針が動搖し此位置から, 吊絲の捩れが減ずる方向に動いて或る角度を超えると釣合が破れ, 捩れの解ける方向にどんどん動いて再び復歸しない. そして其の限界が此位置では小さいのである. 計算されてゐる一例を示すならば (S. E. Forbush: Terr. Mag. & Atm. Elec., June, 1934, p. 135 の論文參照) 補助磁石を用ひないで吊絲の捩力丈けで此位置に釣合せた場合, H が例へば $30000\,\gamma$ の土地では $\phi_0=7.5$ rad., $S_0=1.7\,\gamma$/mm となる樣な吊絲を用ふれば安定範圍は凡そ $7^\circ\!.7$ となる (但し反射鏡とドラムの距離 $D=115$ cm). そして其の範圍は太い吊絲を用ふれば大きくなるが同時に感度は小さくなる. 又補助磁石を用ふれば其の向きに依つて此の限界を大きくすることも小さくすることも出來る. 吾々の緯度では磁針が上記の範圍を脫出する樣な大きな嵐は殆んど起らないから觀測上あまり考慮する必要はないとしても, 斯樣な安定限界があることを心得て置くことは器械の取扱上重要なことであると思ふ. で序に此の限界を求めることを

S. E. Forbush 氏に從つて書添へることにする．水平變化計に於て磁針の運動に關與する吊絲の捩力，地球磁場，補助磁石の磁場等を一團として，エネルギー保存系と考へることが出來る．依つて其全位置のエネルギーを V とすれば

$$-\frac{\partial V}{\partial \varepsilon}=0$$

が釣合の條件であり，

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \varepsilon^2}>0$$

が安定な條件であるから，ϕ_0 を與へて ε に就いて兩式を解けば ϕ_0 に對應する ε の限界が求められる．

さて本筋に歸つて，F を實測する場合の磁針の位置は，上述を考慮し最も簡單な場合である磁氣子午線と一致せしめるがよい．そして前に顧慮した誤差の小さくなる樣に据付けに充分注意する．

此の測定で σ の等間隔の値に對して F の値が決定され之れに對して調和分析を施せば

$$F=\frac{M_a}{d^3}[a_1\cos\sigma+a_2\cos 2\sigma+\cdots\cdots+b_1\sin\sigma+b_2\sin 2\sigma+\cdots\cdots]$$

なる形で σ の任意の値に對して F の實際の値が可なり正確に與へられる．

$a_1, a_2, \cdots\cdots b_1, b_2, \cdots\cdots$ 等は d を變へれば變つて來るから d の種々の値に對して決定する必要がある．そして其結果から償却計算に便利な表なりグラフなりを作つて置けばよい．斯ふして F を正確に決定すれば $a_1, a_2, \cdots\cdots b_1, b_2, \cdots\cdots$ 等の係數から器械や据付けの良否を判定することも出來るが，可なりの手數を要し最後には，やはり溫度を變化して調節を行ふ必要があるのだから，多く手數を費しても結局調節の大小の別が分れるのみとなる．故に斯樣に實測することは，單なる償却の目的には左程重視する必要はないと思はれる．

M_a なる補助磁石一個を用ふる代りに $1/2\ M_a$ なる磁石二個を $+d$ と $-d$ なる距離に置かれるのが常である．それは器械の非對稱に基づく誤差を幾分でも輕減する爲めである．

(A) 式で　$\alpha=\frac{\pi}{2}$,　$\theta=\frac{\pi}{2}-\varepsilon$　とすれば

$$F=\frac{M_a}{d^3}K\cos\varepsilon$$

$$\frac{dF}{d\varepsilon}=-\frac{M_a}{d^3}K\sin\varepsilon$$

となり，磁針の $\varepsilon=0$ なる位置に對しては

$$F=\frac{M_a}{d^3}K,\quad \frac{dF}{d\varepsilon}=0$$

となるから補助磁石は，償却には關與し得るが，感度には關與しない．

だから斯樣な位置に置かれた磁石を償却磁石と呼ぶことにする．

補助磁石の磁軸を x 軸と重ね N 極を南に向け，磁針の南側に置いても水平分力計に對して償却磁石となし得る．此の場合の補助磁石と磁針との相對位置は H の絕對値觀測に於ける sine 法に於けるものと同一であるから K もそれと同一のものを用ひてよい．

(C) 式に於て $\theta=(\pi/2)-\varepsilon$ とすると

$$F=\frac{M_a}{c^3}K\cos(\alpha+\varepsilon)$$

となり F は α に從つて變化するから (A) の場合と同樣に一次の償却と感度の調節とが一個の磁石で出來る譯である．此の場合には丁度電流計の感度調節用の磁石の樣に吊系を保持する直立した管に沿ふて上下に滑動し得る樣にすると同時に水平面内の回轉角 α が讀み取れる樣にしなければならない．同時に二次償却用の感度磁石も此直立管に取付けることにすれば在來の型の樣に磁針の水平面附近に腕を出す必要がなくなるから自記用光線の邪魔する心配がなくなる．然し直立管を丈夫にして調節の際の動搖を防ぐ樣にする必要がある．

上記及 (A) では一個の磁石で償却と感度の調節を兼ねる代りに距離丈けを變化しても，角丈けを變化しても，同時に償却量も感度も變る不便がある．丁度之れを二軸上に分解した樣な理屈で感度磁石と償却磁石が用ひ得る譯である．此の場合には磁石二個を要する代りに兩軸上の距離に依つて一次償却と感度調節が獨立に行ひ得る便宜がある．只 x 軸上に置くのは自記光線の邪魔する懸念を生ずる．感度磁石を y に沿ふて置き償却磁石を z (磁軸は x に並行)上に置くか，或は償却磁石を y (磁軸は x に並行)上に置き，感度磁石を z 上(磁軸は y に並行)に置けば之は避けられる．

IV. 二本吊リ又天秤形器械の償却．

以上述べたところに依つて償却の要領は分つた事と思ふから他の器械に就いては極めて簡單に述べることゝする．

二本吊り(水平分力)では吊絲の捩ぢれの彈力の代りに捩れの角 ϕ の函數として重力による回轉能率が入つて來る之れを G とすると

$$G=\frac{Wg\,ab\sin(\phi-\varepsilon)}{[l^2-(a^2+b^2)+2ab\cos(\phi-\varepsilon)]^{1/2}}$$

で與へられる．G,ϕ,ε (前と同樣 y と磁針の角)の符號は y から x に向ふものを正とする．式中 W は吊られたる全系の質量，g は重力の加速度，a, b は夫々吊絲の上端及下端の間隔，l は吊絲の長さで二本同長とする．此器械では a と ϕ とが任意に加減し得る樣になつてゐる．然し a を充分精密に測り得る樣になつてゐないから，G を上式から算出することは困難である．從つて $dG/d\varepsilon$,

dG/dt 等の入つて來る償却計算を此式を基礎として行ふことは出來ないから，豫め補助磁石のない場合の溫度係數を實測によつて決定する．夫れを η_0 とすれば償却磁石を用ふる場合の償却距離 d は簡單な形で與へられる．例へば償却磁石を y 軸上に置き磁軸を x に並行にし東西兩側に同じ强さの磁石を置いたとすれば償却距離 d は

$$d^3=\frac{2M_aK[\eta_0-(\mu_a+3\beta)H]}{\eta_0 H}$$

で與へられる．初め $K=1$ として d の第一近似値を求め，次に夫れに依つて K の第二近似値を出し續いて d の第二近似値を求むれば可なり精確な償却距離が得られる．

以上によつて一次の償却が達成せられる．若し今一個の磁石を感度磁石として用ふるか，或は此等兩磁石の代りに (A) 位置の磁石を用ひて感度，償却兩磁石を兼ねしむれば二次の償却も可能となることは既に述べたことに依つて類推し得るであろう．

天秤形器械では刃形の線卽ち磁石系の回轉軸を水平に，平均磁氣子午線に一致させ磁軸を水平に調節して鉛直分力の變化を量かせ得る樣に作つたものが鉛直分力變化計で，回轉軸を此の場合のものと直角をなす位置(東西)に置き磁軸を鉛直に調節し水平分力の變化を量かせ得る樣に作つたものが水平分力變化化計である．而して鉛直分力用のものでは磁軸に並行な測微螺旋の切つた細い心棒か回轉軸の兩側に取付けてあつて，その螺旋に從つて微動し得る二個の分銅があり夫れに依つて釣合位置が調節される．又之れと回轉軸とに直角に上方へも同樣なものが取付けてあつて，其分銅の上下に依つて，磁石系の重心が僅かづゝ上下され感度が調節される樣になつてゐる．水平分力用のものも略同樣である．

さて，この兩機械の償却では補助磁石を磁針の回轉面卽ち鉛直面內に於て一本吊りの場合に述べた (A) と同樣な相對位置に置き感度磁石と，償却磁石とを兼ねしめることは器械の構造上困難であるから其の代りに償却磁石と感度磁石とを用ふる．例へば鉛直分力用のものでは償却磁石として中心を y 軸に置き磁軸を鉛直にしたるものを用ひ，感度は磁石系自身の分銅の上下に依つて調節すれば一次の償却が出來る．之に加ふるに更に一個の感度磁石（例へば中心を x 軸上に磁軸を y に並行）を用ふれば二次の償却が出來ることも推知し得るであろふ．

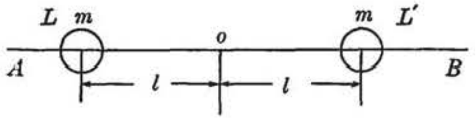
V. 磁石系自身の償却．

溫度變化の影響を全く受けない磁石が作り得れば理想的であるが今のところ望みがない．けれども組立てた磁石系で，其の系內で償却を行ふ事には可能性がある．で製作上の技術問題や調節上の便不便を別問題として償却の可能性のみに就いて述べて見やう．

概說に述べた通り償却は磁力と釣合ふべき相手の力に同樣な溫度變化を與ふることによつて達成

せられる．而して天秤形の如き組立てた磁石系では異種の金屬を用ふる餘地があるから其の膨脹係數の相違を利用して重力による回轉能率に磁力によるものと同様な變化を與へればよい．磁力の方の回轉能率の溫度變化率は水平分力では $-\mu MH$, 鉛直分力では $-\mu MV$ である．依つて之と同量の溫度變化率を重力の方に與へることを工夫する．

第 4 圖



簡單の爲めに釣合調節用の心棒及分銅を取除いた時に磁石系は標準溫度で磁軸を水平にして釣合ふものと假定し且其の重心は溫度變化で東西に動かぬものと假定する．そふすれば取付けるべき東西の心棒と分銅との溫度關係を考へればよい．

第 4 圖で OA, OB を異種の金屬で出來た磁軸に並行な東西の心棒で其の繼ぎ目 O は回軸上にあるとする．そして標準溫度に於ける長さを L, L' とし質量は夫々 m_1, m_2 とし，棒丈けで釣合ひ得るものとする．又同じく標準溫度で同質量 m の二つの分銅が O から東西同距離 l に於て釣合ふものとする．兩金屬の膨脹係數を夫々 α, β とすると（但し心棒の徑は密度を考慮して適當に撰ぶものとする）標準溫度では

$$\frac{1}{2}Lm_1=\frac{1}{2}L'm_2=K$$

溫度 $t°$ の時に磁石系が釣合を保つ爲めには

$$\frac{1}{2}g(\alpha Lm_1-\beta L'm_2)+g(\alpha-\beta)lm+\mu MV=0$$

或は

$$g(\beta-\alpha)(K+lm)=\mu MV$$

從つて α, β が金屬の撰定で定まり磁針が與へられると V の平均値を用ひて

$$lm=\frac{\mu MV_m}{g(\beta-\alpha)}-K$$

玆で分銅の質量を與ふれば l が定まつて來るが $l<L-r$ なる制限を伴ふから m の大きさと制限される．r は分銅の半徑である．

磁針の磁氣量は大體　　$M=b+ce^{-at}$

で表はされる様に時間と共に自然に減少して行くものであるから，上記の様にして溫度償却を行つた磁石系は此の自然減磁によつて次第に其の釣合位置を變化する．故に或る期間經過したら調整する必要が起つて來る．釣合の位置を復舊し，償却を保つて行くには兩分銅を同時に動かす必要がある．何れも外方に動かすものとして之を dl_1, dl_2 とし減磁量を dM とすれば

$$(dl_2-dl_1)mg=dM\cdot V$$

及び

$$mg(\beta dl_2-\alpha dl_1)=\mu dM\cdot V$$

なる二式を滿足しなければならぬから

$$dl_2=\frac{(\mu-\alpha)V}{mg(\beta-\alpha)}dM$$

$$dl_1=\frac{(\mu-\beta)V}{mg(\beta-\alpha)}dM$$

$$dl_2:dl_1=(\mu-\alpha):(\mu-\beta)$$

と與へられる．斯様に調節が出來れば償却は保たれるが，此の調節を行ふには，少くも分銅の回轉角を可なり細かく讀取り得る様な工夫を要する．其爲めに球形の分銅の代りに度盛した圓鈑分銅を用ふるのも一法と思はれる．然れども鋭敏に調節してある磁石系では只單に一度持ち上げて再び安置するのみにても釣合位置が變る程であるから上記の如き調節は甚だ困難と思はざるを得ない．天秤形の釣合を亂す原因として使用金屬の銹，刃形の承けの上に沈澱する塵等が考へられる．此等を防ぐ方法，刃形及承けの形或は兩者の物質の組合せの適否等尚ほ研究改良の餘地あるものと考へられる．幸に我國では磁石の研究では世界的權威を有し既に數種の優れた發明も完成されてゐる．願くば此の方面に於ても研究が遂げられ優秀なる國產品の顯はれんことを切望しつゝ筆を擱く．

（昭和九年，青島測候所に於て）

註．磁石系自身に依る償却は最近 B. M. Janowsky 氏に依つて一つの試みが提案されかなりよい結果を得てゐる．これに關しては本要報第 1 卷 2.3 號に大宅秋氏の紹介がある．