

McNish 型 Z-感應磁力計に就いて

大 宅 耿

Remarks on the "CIW" Vertical-Intensity Induction-Variometer.

By A. Ooya.

Abstract:—Mr. A. G. McNish of the Carnegie Institution of Washington has recently announced his newly designed vertical-intensity induction-variometer, finely making use of the two excellent magnetic properties of perminvar, a new magnetic alloy of iron, nickel and cobalt. His instrumental theory, however, seems insufficient and even goes astray in certain aspects.

The present author has computed the moment of force cast upon the armature by the field magnets, *i. e.* the induced cylinders of perminvar, and obtained a rather complicated formula with good reason, showing how to determine the size of the instrument. Then he proposes the $\frac{\pi}{4}$ -Z-variometer, so to speak, properly designed and adjusted that the maximum torque occurs always at the deflection angle $\frac{\pi}{4}$, and the equilibrium equation shall be rigorously expressed as $KZ^2 \cos 2\phi = T(t + \phi)$ which has a great many advantage in practice. It is worth specially to mention above all that the ideal condition having the least values of the level effect as well as the deflection term in the scale-value equation may be thus reached with success, while high sensitivity may hardly be secured in spite of Mr. McNish's analogy.

まへおき McNish の Z-感應磁力計は一に新合金 perminvar の特性を利用したもので、適当な間隔を置いて上下一對の perminvar 材を水平方向には無關係に左右對稱の位置に鉛直に立て、其中央に同じく perminvar 材を兩側に鉛直に附着した廻轉子を吊したものである。凡そ perminvar は有效磁場の強さが約 $3G$ 以下では透磁率が一定で 300 餘と稱せられ、然も hysteresis 損失は十分に看過される。従つて上記の装置では地磁氣の Z-分力に應じ各 perminvar 材は磁化し、茲に場磁石と廻轉子間には廻轉能率を生じ吊絲の捩れの力と釣合ひ、そして Z-場の變化に伴ひ廻轉子は廻轉を續けるのである。

文献:—

A. G. McNish: A New Type of Vertical-Intensity Induction-Variometer. Terr. Mag. 41, 161~172 (1936).

An Induction-Variometer to measure Magnetic Anomalies. Rev. Sci. Instr. N. S. 7, 336~338 (1936).

G. W. Elmen: Magnetic Alloys of Iron, Nickel and Cobalt. J. Frank. Inst. 207, 583~617 (1929), etc.

二 宮 弦: 鐵, ニッケル, コバルト合金 (同上紹介).

電氣學會雜誌, 56 卷 57 號 410 頁 (昭和 11 年 5 月).

以下之を定量的に取扱ひ先づ平衡方程式を誘導し、依つて以て McNish の實驗を理論的に明快

ならしめんとする未定稿に屬する。幸ひ今道所長の御斡旋に依り舊職東北帝大金屬材料研究所仁科存先生から perminvar 材の御惠贈に與り、此冬聊か自ら實驗する機會を得たとは云へ事思ふに任せず訂正加筆すべきもの多々あるを覺ゆるが、敢て發表する所以のものは大方諸賢の御指摘と御教示を得て正鵠を得たい爲で他意ある譯ではない。

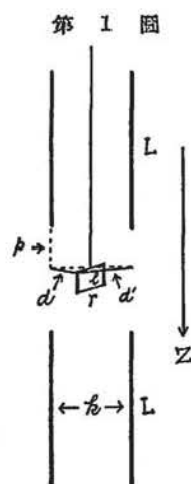
1. 廻轉子の廻轉能率

長さ $\frac{10}{8}L$ 及び $\frac{10}{8}l$, 切口面積 A 及び a なる圓錐形の perminvar 材を場並に廻轉子用として第 1 圖のやうに地磁氣の Z-場に平行に配置すれば、何れも感應磁石となり其上下兩端に夫々 IA 及び ia なる負正の磁氣量を生ずる。I 及び i は夫々場並に廻轉子用 perminvar 材の磁化の強さで、其長さと切口の直径との比に依り夫々の反磁係數 m 及び n は既知であるから*)、今 perminvar の透磁率を μ , 磁化率を $\kappa = \frac{\mu-1}{4\pi}$ とすれば

$$I = \frac{\kappa}{1+m\kappa} \cdot Z, \quad i = \frac{\kappa}{1+n\kappa} \cdot cZ$$

と看做せる。茲に c は上一對宛の場用感應磁石間の空隙に於ける Z-場の平均増加率とでも稱すべく、固より磁極の強さと空隙の大いさに依據するものである。現在の筆者は之を精確に推算し兼ねるが、線輪を此空隙に急速に出入するに際して生づる感應電流を測定すれば容易に判明する。尤も斯くの如き均等磁場に於ける強磁性體の配置では I の方も増加してゐるかも知れぬが、所論の大勢に支障を生じないから全く觸れぬ事にする。扱て此場合感應磁氣量は perminvar の性質—透磁率が一定で hysteresis 損失皆無なる事—に依り正しく Z に比例するので簡単に SZ 及び sZ とする。而して感應磁極間の距離は明かに L 及び l で、磁極は便宜上一點と假定する。若し磁極を圓盤とすれば解析が複雑になる丈で、之に依る誤差は上記の Z-場の平均増加率の不詳に由來するものに比肩すべくもないと信ずるからである。

第 1 圖に於て先づ廻轉子の片側（此處では前方）の感應磁石と場用左側の夫れとの各極間に作用する引力（+ とする）及び斥力（- とする）を考へる。其大いさは極の磁氣量の相乗積を極間の距離の自乗で割つたものである。今之を廻轉子感應磁石に平行な方向と、夫れに垂直で場用感應磁石との距離の方向への分力とに分解すれば、後者は斥引力に廻轉子並に場用兩感應磁石間の垂直距離を極距離で割つたものを掛ければ宜い。全體に就いては平行成分は相殺され唯垂直成分のみが残り、之は廻轉子感應磁石の中點に作用する引力となる。即ち



*) 例へば本多光太郎：磁氣と物質，再版 26 頁（大正 7 年）。

$$+2SsZ^2 \cdot d \{ (p^2 + d^2)^{-\frac{3}{2}} - [(p+l)^2 + d^2]^{-\frac{3}{2}} + [(L+p+l)^2 + d^2]^{-\frac{3}{2}} - [(L+p)^2 + d^2]^{-\frac{3}{2}} \}.$$

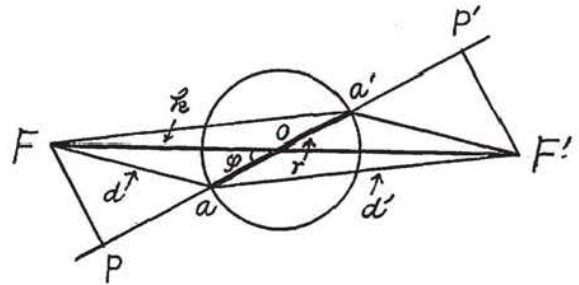
同様に場用右側の感應磁石との間では $d < d'$ とするから斥力となり

$$-2SsZ^2 \cdot d' \{ (p^2 + d'^2)^{-\frac{3}{2}} - [(p+l)^2 + d'^2]^{-\frac{3}{2}} + [(L+p+l)^2 + d'^2]^{-\frac{3}{2}} - [(L+p)^2 + d'^2]^{-\frac{3}{2}} \}.$$

更に是等を廻轉子に平行及び垂直な方向に分解すれば、後者は場用感應磁石と廻轉子との垂直距離を廻轉子並に場用感應磁石間の垂直距離で割つたものを掛ければ宜い。

第 2 圖

次に廻轉子の他側（此處では後方）の感應磁石と左右兩側の場用感應磁石との間でも上述の結果と同様で唯方向が逆になる。従つて廻轉子に平行な分力は相殺され、之に垂直な分力のみが残り會々偶力を形成するのである。



第 2 圖に於て r, k の大小如何に拘らず常に次の式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} FP = F'P' = \frac{k}{2} \sin \varphi, \quad OP = OP' = \frac{k}{2} \cos \varphi \\ d^2 = \frac{r^2 + k^2}{4} - \frac{rk}{2} \cos \varphi, \quad d'^2 = \frac{r^2 + k^2}{4} + \frac{rk}{2} \cos \varphi \\ \frac{r^2 + k^2}{4} \geq \frac{rk}{2}, \quad |\cos \varphi| \leq 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

故に偶力の大きさは

$$SsZ^2 \sin \varphi \cdot k \{ (p^2 + d^2)^{-\frac{3}{2}} - [(p+l)^2 + d^2]^{-\frac{3}{2}} + [(L+p+l)^2 + d^2]^{-\frac{3}{2}} - [(L+p)^2 + d^2]^{-\frac{3}{2}} \\ - (p^2 + d'^2)^{-\frac{3}{2}} + [(p+l)^2 + d'^2]^{-\frac{3}{2}} - [(L+p+l)^2 + d'^2]^{-\frac{3}{2}} + [(L+p)^2 + d'^2]^{-\frac{3}{2}} \}.$$

従つて廻轉子の廻轉能率は

$$SsZ^2 \sin \varphi \cdot rk \{ (p^2 + d^2)^{-\frac{3}{2}} - [(p+l)^2 + d^2]^{-\frac{3}{2}} + [(L+p+l)^2 + d^2]^{-\frac{3}{2}} \\ - [(L+p)^2 + d^2]^{-\frac{3}{2}} - (p^2 + d'^2)^{-\frac{3}{2}} + [(p+l)^2 + d'^2]^{-\frac{3}{2}} \\ - [(L+p+l)^2 + d'^2]^{-\frac{3}{2}} + [(L+p)^2 + d'^2]^{-\frac{3}{2}} \} \dots\dots\dots(2)$$

之に (1) から d^2 及び d'^2 を代入し $\cos \varphi$ の昇降に展開し高次の項を省略して整頓すれば

$$SsZ^2 \sin 2\varphi \cdot r^2 k^2 \left\{ \frac{3}{4} \left[\left(p^2 + \frac{r^2 + k^2}{4} \right)^{-\frac{5}{2}} - \left((p+l)^2 + \frac{r^2 + k^2}{4} \right)^{-\frac{5}{2}} \right] + \frac{35}{128} r^2 k^2 \cos^2 \varphi \left[\left(p^2 + \frac{r^2 + k^2}{4} \right)^{-\frac{9}{2}} \right. \right.$$

$$-\left((p+l)^2 + \frac{r^2+k^2}{4}\right)^{-\frac{9}{2}} + \frac{3}{4} [(L+p+l)^{-5} - (L+p)^{-5}] \dots \dots \dots (3)$$

今

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 &= r^2 k^2 \left\{ \left(p^2 + \frac{r^2+k^2}{4} \right)^{-\frac{9}{2}} - \left[(p+l)^2 + \frac{r^2+k^2}{4} \right]^{-\frac{9}{2}} \right\} \\ -\Delta_2 &= \frac{3}{4} [(L+p+l)^{-5} - (L+p)^{-5}] \\ C &= r^2 k^2 \left\{ \frac{3}{4} \left[\left(p^2 + \frac{r^2+k^2}{4} \right)^{-\frac{5}{2}} - \left((p+l)^2 + \frac{r^2+k^2}{4} \right)^{-\frac{5}{2}} \right] + \frac{35}{128} \cos^2 \varphi \cdot \Delta_1 - \Delta_2 \right\} \end{aligned} \right\} \dots \dots (4)$$

とすれば、廻轉能率は次式で表される。

$$M = SsZ^2 \sin 2\varphi \cdot C. \dots \dots \dots (5)$$

C 式に於いては第一項が主項で Δ_1 及び Δ_2 の項は副項である。廻轉能率を大ならしむる爲には負號の Δ_2 の項は必ず省略出来るやうにせねばならぬ。之に反し Δ_1 の項は成丈利くやうにした方が宜いが、係數に $\cos^2 \varphi$ があつて取扱ひに不便なので此項をも利かなくする。然らば廻轉能率は簡単に

$$M = KZ^2 \sin 2\varphi, \dots \dots \dots (6)$$

$$K = Ss \cdot r^2 k^2 \left\{ \frac{3}{4} \left[\left(p^2 + \frac{r^2+k^2}{4} \right)^{-\frac{5}{2}} - \left((p+l)^2 + \frac{r^2+k^2}{4} \right)^{-\frac{5}{2}} \right] \right\} = Ss \cdot C'$$

となり、 $\varphi = \frac{\pi}{4}$ で極大に達し之と平衡すべき吊絲の振れも亦極大となる譯で、此處の附近が實際の使用範圍である。故に

$$\frac{35}{128} \cos^2 \frac{\pi}{4} \cdot \Delta_1 \leq \Delta_2,$$

即ち

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 &\leq 7.3 \Delta_2 \\ \Delta_2 &= 4 \times 10^{-4}, \quad r^2 k^2 \leq 10 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

とすれば、後述の如く $r^2 k^2 \approx 10 \text{ cm}^4$ となるから C は $\frac{1}{100}$ 迄確實で先づ十分と云へやう。

次に Δ_2 の項は十分省略出来て Δ_1 の項が相當利く場合には廻轉能率の極大は明かに $\varphi < \frac{\pi}{4}$ で起り、 $\cos^2 \varphi$ の項を省略出来るとすれば此 φ は容易に計算し得られる。即ち

$$M = P \sin 2\varphi \cdot (Q + R \cos^2 \varphi). \dots \dots \dots (8)$$

但

$$P = SsZ^2,$$

$$Q = \frac{3}{4} r^2 k^2 \left[\left(p^2 + \frac{r^2+k^2}{4} \right)^{-\frac{5}{2}} - \left((p+l)^2 + \frac{r^2+k^2}{4} \right)^{-\frac{5}{2}} \right] = C',$$

$$R = \frac{35}{128} r^2 k^2 \Delta_1 = 2\Delta C'$$

之に $\cos^2\varphi = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\varphi)$ を代入し、 φ に就いて微分すれば

$$\frac{dM}{d\varphi} = P \left[2R \cos^2 2\varphi + 2 \left(Q + \frac{R}{2} \right) \cos 2\varphi - R \right]. \dots\dots\dots(9)$$

故に $\frac{dM}{d\varphi} = 0$ を解けば宜い。因に (8) に就いて見るに、廻轉能率の極小値は負號を採り $-\varphi_{\max}$ で起り、其零となる處は $\varphi = 0, \pm \frac{\pi}{2}, \pm \pi$ である事が明白である。併し實際に於ては $\varphi = 0 \sim \frac{\pi}{2}$ なる範圍に制限して十分である。

2. 磁力計の大きさ、諸恒數の決定

先づ磁力計の大きさに就いて述べる。p は必ず $\frac{1}{8}(L+l)$ より空隙丈大でなければならぬ。l は裝置其物を嵩張らせぬ爲と云ふより寧ろ後述の傾斜効果を考慮して短い程宜く、 $\frac{10}{8}l = 0.7$ cm. 即ち $l = 0.56$ cm. とし、其切口の直徑は 0.2 cm. とする。従つて perminvar の比重を約 8.4 とすれば其質量は 0.18 gr. で、磁化の強さは $i = cZ$ となる。r は勿論大なる程感度は宜くなり、McNish の場合は 2 cm. に垂んとしてゐるが此處では 1 cm. とする。k は裝置の都合で少く共 r に等しいか或は之より大きくなければならぬ。實際は相當に大きく $k^2 = 10$ cm². に達するであらう。

扱て磁力計恒數決定の條件式は (7) であるが、 Δ_1 は級數に展開し第一項のみを採れば $\frac{15}{4} \cdot \frac{l}{L^6}$ となるから、更に次の如く書直される。

$$L^6 = \frac{15 \times 10^4}{16} l, \Delta_1 = 2.9 \times 10^{-3}, k^2 \leq 10. \dots\dots\dots(10)$$

斯くて場用 perminvar 材の長さは一義的に決定され、今の場合は少く共 5.2 cm. 丈なければならぬ。而して之が長い程磁化の強さ I は増加する譯だが、Helmholtz 線輪で感度を採るに其半徑が著しく増大するから一般用としては何うも都合が悪い。更に所謂 Z-場の平均増加率には perminvar の性質を考慮すれば上限のある事に留意すべきである。次に Δ_1 の數値を計算すれば第 1 表の如くなる。併せて主項 C', 副項 $\Delta C'$ - 但 $\Delta_2 = 0$ として省略した、並に其和 $C = C' + \Delta C'$ をも掲げた。

第 1 表

p cm.	0.8				1.3				1.8			
	Δ_1	$\Delta C'$	C'	C	Δ_1	$\Delta C'$	C'	C	Δ_1	$\Delta C'$	C'	C
1.0	0.535	0.073	0.452	0.525	0.027	0.004	0.082	0.086	0.0023	0.000	0.020	0.020
1.5	395	122	520	642	033	010	126	136	0036	001	035	036
2.0	204	112	434	546	028	015	140	155	0039	002	046	048
2.5	093	079	313	392	019	016	131	147	0035	003	050	053
3.0	040	050	215	265	012	011	110	121	0027	003	049	052
3.5	—	—	—	—	—	—	—	—	0020	003	044	047

是に依つて之を見れば、既に $p=1.8$ cm., $k=3.0$ cm. に於て Δ_1 は所期の大きい迄減少し、恰も好し主項 C' は極大値附近に在る。此時を基準として所望の寸法値に應じて場用 perminvar 材の切口直径を決定するのである。然らば溯つて (6) が適用され、廻轉子に作用する廻轉能率は簡単に

$$KZ^2 \sin 2\varphi, \quad K = SsC'$$

で表され取扱ひが極めて容易になる。唯感度を犠牲にせねばならぬ點が疵と云へる。併し斯かる具合に装置された場合を假に正規の状態と稱し、名付けて特に $\frac{\pi}{4}$ -Z-感應磁力計と呼ぶ。極大の振れが $\varphi = \frac{\pi}{4}$ で起るからである。

更に感度を欲する場合は成る可く $p \doteq \frac{1}{8}(L+l) \doteq 0.6$ cm. とし、且又 k を適當に r より大きくすれば宜い。第 1 表に依れば $p=0.8$ cm., $k=1.5$ cm. で $C=0.64$ に達し正規の状態の約 13 倍に當る。従つて夫れ丈感度は鋭敏になる譯である。尙此時 $\Delta C' = 0.12$ となつてゐるが、更に高位の剩餘項を算定すれば 0.02 に及ぶ。併し實際上 (8) は適用出来ると思はれる。之に依つて極大の振れの起る偏移角を求むれば $\varphi \doteq 42^\circ$ となり、正規の状態に准じて可なりである。

所謂正規の状態を離れて大いに感度を望めば、別に l を長くしなく共唯 r を大きくすれば宜い。例へば $r=2$ cm. とすれば夫れ丈で容易に感度を悠に 2 倍以上にする事が出来る。併し (2) の展開には更に $\cos \varphi$ の高次の項をも採用せねばならなくなり、概して推論は複雑を極めるから本稿では論及しない。

3. 廻轉子の平衡方程式並に安定度

廻轉子に作用する廻轉能率 $KZ^2 \sin 2\varphi$ は、其吊絲の振れの力

$$T(\tau - \varphi), \quad T = \frac{\pi n r^4}{2l}$$

と釣合はねばならぬ。茲に T は吊絲の振れの係數、 n は其剛性率、 r 及び l は夫々其半径及び長さ、 τ は吊絲を振つた角、そして φ は廻轉子の偏移角である。故に廻轉子の平衡方程式は

$$KZ^2 \sin 2\varphi = T(\tau - \varphi).$$

今偏移角 $\varphi = \frac{\pi}{4}$ 即ち廻轉能率従つて振れの力も亦極大の時の位置を此 φ を測る基線とすれば、 $\varphi = \frac{\pi}{4} - \phi$ 、但 ϕ は Z 従つて振れの力が増加する方に正號を採る事にする。基線に於ける振れの角は明かに $t = \tau - \frac{\pi}{4}$ であるから

$$KZ^2 \cos 2\phi = T(t + \phi). \quad \dots\dots\dots(11)$$

是が求むる平衡方程式の標準型である。

此場合は固より保存力の系統に屬するが故に、力は總べて potential V から導來される譯で、積分常數を省けば次式を得る。

$$V = \frac{1}{2}[-KZ^2 \sin 2\phi + T(t+\phi)^2].$$

安定なる釣合の條件は此 V が極小とならなければならぬので

$$\frac{dV}{d\phi} = 0 = -KZ^2 \cos 2\phi + T(t+\phi),$$

是は平衡方程式であるから常に成立する。更に又

$$\frac{d^2V}{d\phi^2} = 2KZ^2 \sin 2\phi + T > 0$$

でなければならぬ。是は明かに ϕ の零乃至 $\frac{\pi}{4}$ に互る變化に際し常に満足され、從つて Z が如何に増加しても其安定は破れぬ。次に ϕ が負數となる時には先づ (11) から $T = \frac{KZ^2 \cos 2\phi}{t+\phi}$ を代入し、且 $\phi = -\psi$ と置換へれば

$$\cot 2\psi > 2(t-\psi) \dots\dots\dots (12)$$

となる。若し $\cot 2\psi \leq 2(t-\psi)$ となれば釣合は不安定に陥る爲體で、是は Z が減少する方向へ起る。此臨界角 ψ_0 を求める事は容易である。因に $\phi = 0 \sim \pm \frac{\pi}{4}$, $\varphi = 0 \sim \frac{\pi}{2}$ の範圍で十分な事は改めて斷る迄もない。

4. 寸法値方程式

既に平衡方程式が得られた以上寸法値方程式を誘導する事は極めて簡単な操作である。(11) から

$$Z^2 = \frac{T}{K}(t+\phi) \sec 2\phi, \quad 2Z \frac{dZ}{d\phi} = \frac{T}{K} [\sec 2\phi + 2(t+\phi) \sec 2\phi \tan 2\phi].$$

然るに

$$\sec 2\phi \doteq 1 + 2\phi^2, \quad \tan 2\phi \doteq 2\phi + \frac{8}{3}\phi^3, \quad \sec 2\phi \tan 2\phi \doteq 2\phi.$$

$$\therefore \frac{dZ}{d\phi} = \frac{T}{K} \cdot \frac{1}{2Z} (1 + 4t\phi + 6\phi^2).$$

茲に ϕ^2 の項は一般に省略出来る。

扱て廻轉子の偏移角に對する自記紙上の光點の變移を n mm. とし、兩者間の垂直距離を D mm. として 1 mm. 當りの寸法値 ϵ_n を求める事にする。明かに

$$\epsilon_n = \frac{dZ}{dn} = \frac{dZ}{d\phi} \cdot \frac{d\phi}{dn}.$$

然るに

$$n = 2\phi D, \quad \frac{d\phi}{dn} = \frac{1}{2D}.$$

$$\therefore \epsilon_n = \frac{T}{K} \cdot \frac{1}{2Z} \left(\frac{1}{2D} + \frac{t+n}{D^2} \right) = P + Qn.$$

基線 ($\phi = n = 0, \varphi = \frac{\pi}{4}$) に於ける寸法値は

$$\left. \begin{aligned} s_0 = P &= \frac{T}{K} \cdot \frac{1}{2Z_0} \cdot \frac{1}{2D} = \frac{Z_0}{2t} \cdot \frac{1}{2D} \cdot 10^5 \text{ gamma/mm.} \\ Q &= \frac{T}{K} \cdot \frac{1}{2Z} \cdot \frac{t}{D^2} = \frac{Z_0}{2D^2} \cdot 10^5 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

尙

因に前節に述べた安定なる釣合の極限即ち $\cot 2\psi = 2(t - \psi)$ 或は $2KZ^2 \sin 2\phi + T = 0$ の時は明かに $\frac{dZ}{d\phi} = 0$ で寸法値は零となるから、廻轉子は俄然逸走する事當事者の目撃する通りである。

5. 廻轉子の振動

廻轉子を $\varphi = \frac{\pi}{4} - \varepsilon$ の釣合の位置で振動せしむれば、之を原位置に戻さんとする力は次の如くである。

$$T(t + \varepsilon + \phi) - KZ^2 \cos 2(\varepsilon + \phi).$$

然るに Z は不変と看做せるから安定せる釣合の状態では

$$KZ^2 \cos 2(\varepsilon + \phi) = T(t - \varepsilon - \phi)$$

と置換へられるので、

$$T(t + \varepsilon + \phi) - KZ \cos 2(\varepsilon + \phi) = T(t + \varepsilon + \phi) - T(t - \varepsilon - \phi) = 2T(\varepsilon + \phi)$$

となる。是は一定抗力を受くる場合の調和運動であるから、廻轉子の慣性能率を I とすれば振動方程式及び其週期は容易に

$$I \frac{d^2\phi}{dt^2} = -2T\phi - 2T\varepsilon, \quad P = 2\pi \sqrt{\frac{I}{2T}} \dots\dots\dots(14)$$

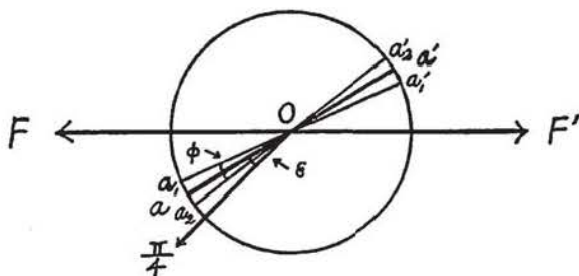
斯様にすれば廻轉子の減衰並に強制振動の場合も難なく片附く譯である。

6. 再び平衡方程式に就いて

計器の設計を適當にし中心の調整其宜しきを得れば、必ずや $\varphi = \frac{\pi}{4}$ に於て廻轉能率並に吊絲の振れは極大となる筈であるが、實際は多少のずれが豫想される。其原因としては感應磁極の距離の不詳、磁軸の歪み等に依る度し難い誤差も設計並に調整の夫れ以外に伏在してゐるであらう。併し既得の平衡方程式は十分之に副ひ得ると思ふ。

若し感度を欲する爲廻轉能率の極大が $\varphi < \frac{\pi}{4}$ で起るやう放置されたとすれば其兩側では不對稱の形を採るが、實際 $\psi = \frac{\pi}{4} - \varphi$ は僅少に過ぎず然も使用範圍は此附近に止まるので、 $\varphi = \frac{\pi}{4} - \psi$ なる時 $\phi = 0$ とすれば平衡方程式は近似的に

第 3 圖



$$K_{\varphi} Z^2 \cos 2(\psi + \phi) = T(t_{\varphi} + \phi) \dots \dots \dots (15)$$

として間に合ふ事と信ずる。

扱て

$$\cos 2(\psi + \phi) = 1 - \frac{2^2(\psi + \phi)^2}{2!} + \frac{2^4(\psi + \phi)^4}{4!} - \dots \dots$$

然るに $2(\psi + \phi) = 0.349 \text{ radians} = 20^\circ$ 以内では $\frac{1}{1000}$ 以下の誤差で 4 乗の項は省略出来るから、

$$\cos 2(\psi + \phi) = 1 - 2(\psi + \phi)^2 = [1 + 2(\psi + \phi)^2]^{-1} = e^{-2(\psi + \phi)^2}$$

として宜く、之に依つて平衡方程式を變形して寸法値方程式を求むる事にする。即ち

$$K Z^2 e^{-2(\psi + \phi)^2} = T(t + \phi) \dots \dots \dots (16)$$

Z を ϕ に就いて微分し、 ϕ^2 の項を省略すれば求むる寸法値は

$$\varepsilon_{\phi} = \frac{dZ}{d\phi} = \frac{Z}{2(t + \phi)} [1 + 4\psi t + 4(\psi + t)\phi].$$

此式で $\phi = 0$ とすれば

$$\varepsilon_0 = \frac{Z_0}{2t} (1 + 4\psi t), \quad \varepsilon_{\phi} \doteq \varepsilon_0 + \frac{2(\psi + t)}{t} Z_0 \phi \dots \dots \dots (17)$$

の形を採り、若し $\psi = 0$ と置けば所謂正規の状態となり

$$\varepsilon_{\phi} = \frac{Z}{2(t + \phi)} (1 + 4t\phi),$$

従つて

$$\varepsilon_0' = \frac{Z_0'}{2t'}, \quad \varepsilon_{\phi}' \doteq \varepsilon_0' + 2Z_0' \phi \dots \dots \dots (18)$$

是は既に第 4 節で得たものと同一である。

両方の場合を比較するに Z_0 及び Z_0' は等しいと看做して差支へないが、 t は t' より遙に大なるべく且又 ψ は微小なりと雖も、明かに $\varepsilon_0 < \varepsilon_0'$ でありそして正規の状態では偏移角 ϕ に依る寸法値の變化が少い事になる。正規の状態を離るれば廻轉能率の ϕ に依る勾配は頗る急峻になつてゐるから、實際此 ϕ の項は相當に著しいものがあるであらう。

McNish 彼自身は下の如く公算曲線を用ゐてゐる。

$$Z A e^{-a^2(x-b)^2} = C(t+x),$$

$$\frac{dZ}{dx} \doteq \frac{Z_0}{t} [(1 - 2a^2 b t)^2 + 2a^2(t-b)x] = B + D x.$$

茲に基線を任意に採り x 及び b は角度の分にて測る。 b は廻轉能率の極大に達した時の偏移角 x の數値である。 t は $x=0$ に對する捩れの角で、 C は勿論吊絲の捩れの係數を表す。 a は媒介變數

で $x-b = \pm \frac{1}{a\sqrt{2}}$ の如き偏移を示すもので、誤差論に據れば $a = ZA\sqrt{\pi}$ は精度に、 $(x-b)^2 = \frac{1}{2a^2}$ は平均自乗誤差に相當する譯である。

彼の式では Z が自乗でなくて a が追入つて來てゐる事が先づ目に著く。而して $b = t \rightarrow \frac{1}{a\sqrt{2}}$ となれば寸法値は偏移角 x に依つて變化せず然も零に近迫し、安定な釣合の状態で感度は愈々益々鋭敏になると結んでゐるが、是は物理的にも數學的にも何うかと思ふ。即ち $[(1-2a^2bt)+2a^2(t-b)x] \rightarrow 0$ ならしめて $\frac{dZ}{dx} \rightarrow 0$ とすれば

$$\frac{d^2V}{dx^2} = C[(1-2a^2bt)+2a^2(t-b)x+2a^2x^2] \rightarrow 0$$

となる（第 3 節参照）。然るに之は安定な釣合の極限を與ふる式で、結局磁力計は廻轉能率の極大附近で使用すべき事を指示するのみ。彼の實驗式の吟味は初から基線を $b=0$ となるやう擇んでも毫も一般性を失はなかつたであらう。

之を要するに彼が望んで得られなかつた所のものは思ふに正規の状態で、然も其處に於ける事實は如實に彼の違算を物語るものあるやうである。寸法値を極めて小さくする事は却々容易ではなく、場用感應磁石を著しく強大にするか吊絲を極めて微細にせねばならぬ。又其副項を利かなくする事は廻轉子と自記紙間の距離を適當に大ならしむれば宜い譯で左程困難ではない。併し式の上では依然として殘存するのである。

7. 廻轉子の離心廻轉、溫度係數と傾斜效果

廻轉子の中心が場用感應磁石間の中心を外れて垂直或は水平に變移せる場合廻轉能率は如何に變化し、且又廻轉子は常軌の位置を離れて何處に平衡を求むるであらうか。

先づ垂直變移の場合から始める。第 1 節に溯つて考察するに、此場合は p が $p \pm \delta p$ となつてゐるので場用及び廻轉子感應磁極間に作用する斥引力は上下不對稱となり、従つて其平行成分は相殺されず又垂直成分の着力點は廻轉子感應磁石の中點ではない。而して前者は重力に加減されて廻轉子に働く譯であるが、其大いさから不問に附して宜い。後者を計算するには唯

$$+2SsZ^2 \cdot d[(p^2+d^2)^{-\frac{3}{2}} - [(p+l)^2+d^2]^{-\frac{3}{2}} + [(L+p+l)^2+d^2]^{-\frac{3}{2}} - [(L+p)^2+d^2]^{-\frac{3}{2}}], \\ -2SsZ^2 \cdot d^2\{[(p^2+d^2)^{-\frac{3}{2}} - [(p+l)^2+d^2]^{-\frac{3}{2}} + [(L+p+l)^2+d^2]^{-\frac{3}{2}} - [(L+p)^2+d^2]^{-\frac{3}{2}}\}$$

に於て 2 倍する代りに p を $p \pm \delta p$ と置換へて加へ合せたものを用ふれば宜い。即ち

$$p \rightarrow p \pm \delta p, \quad (p+x)^2 \rightarrow (p+x \pm \delta p)^2 = (p+x)^2 \pm 2\delta p(p+x), \\ [(p+x)^2+d^2]^{-\frac{3}{2}} \rightarrow [(p+x)^2+d^2 \pm 2\delta p(p+x)]^{-\frac{3}{2}} \\ = [(p+x)^2+d^2]^{-\frac{3}{2}} \left\{ 1 \mp \frac{3}{2} \left[\frac{2\delta p(p+x)}{(p+x)^2+d^2} \right] + \frac{15}{8} [\quad]^2 \mp \dots \right\}.$$

且

$$\begin{aligned} \{d^2\}^{-\frac{3}{2}} &= (p^2 + d^2)^{-\frac{3}{2}} - [(p+l)^2 + d^2]^{-\frac{3}{2}} + [(L+p+l)^2 + d^2]^{-\frac{3}{2}} - [(L+p)^2 + d^2]^{-\frac{3}{2}}, \\ (p+x)^2 \{d^2\}^{-\frac{7}{2}} &= p^2 (p^2 + d^2)^{-\frac{7}{2}} - (p+l)^2 [(p+l)^2 + d^2]^{-\frac{7}{2}} + (L+p+l)^2 [(L+p+l)^2 + d^2]^{-\frac{7}{2}} \\ &\quad - (L+p)^2 [(L+p)^2 + d^2]^{-\frac{7}{2}}, \\ \{d'^2\}^{-\frac{3}{2}}, \quad (p+x)^2 \{d'^2\}^{-\frac{7}{2}} &\text{ も之に倣ふ} \end{aligned}$$

事とすれば、求むる垂直成分は

$$\begin{aligned} &+ 2SsZ^2 \cdot d \left[\{d^2\}^{-\frac{3}{2}} + \frac{15}{2} \delta p^2 (p+x)^2 \{d^2\}^{-\frac{7}{2}} \right], \\ &- 2SsZ^2 \cdot d' \left[\{d'^2\}^{-\frac{3}{2}} + \frac{15}{2} \delta p^2 (p+x)^2 \{d'^2\}^{-\frac{7}{2}} \right] \end{aligned}$$

となり、偶力は

$$SsZ^2 \cdot k \sin \varphi \left[\{d^2\}^{-\frac{3}{2}} - \{d'^2\}^{-\frac{3}{2}} \right] + SsZ^2 \cdot k \sin \varphi \cdot \frac{15}{2} \delta p^2 (p+x)^2 \left[\{d^2\}^{-\frac{7}{2}} - \{d'^2\}^{-\frac{7}{2}} \right],$$

従つて廻轉能率は

$$SsZ^2 \cdot r k \sin \varphi \left[\{d^2\}^{-\frac{3}{2}} - \{d'^2\}^{-\frac{3}{2}} \right] + SsZ^2 \cdot r k \sin \varphi \cdot \frac{15}{2} \delta p^2 (p+x)^2 \left[\{d^2\}^{-\frac{7}{2}} - \{d'^2\}^{-\frac{7}{2}} \right] = M + \Delta M$$

となる。然るに

$$(p+x)^2 \left[\{d^2\}^{-\frac{7}{2}} - \{d'^2\}^{-\frac{7}{2}} \right] = \frac{7}{2} r k \cos \varphi \left\{ p^2 \left(p^2 + \frac{r^2 + k^2}{4} \right)^{-\frac{9}{2}} - (p+l)^2 \left[(p+l)^2 + \frac{r^2 + k^2}{4} \right]^{-\frac{9}{2}} \right\}.$$

故に

$$\Delta M = SsZ^2 \cdot r^2 k^2 \sin 2\varphi \cdot \frac{105}{8} \delta p^2 \left\{ p^2 \left(p^2 + \frac{r^2 + k^2}{4} \right)^{-\frac{9}{2}} - (p+l)^2 \left[(p+l)^2 + \frac{r^2 + k^2}{4} \right]^{-\frac{9}{2}} \right\},$$

$$\Delta M_{\max.} = SsZ^2 \cdot \frac{105}{8} \Delta \cdot \delta p^2 \dots \dots \dots (19)$$

となり、時に $\varphi = \frac{\pi}{4}$ で是實際の使用に當り大體廻轉子の位置する處である。因に p の一定値に對し C を極大ならしむる k の數値よりも更に k の大なる範圍が實際の使用に供されるのである。 Δ を計算すれば第 2 表の如くで、併せて第 1 表から C の數値を再録した。

第 2 表

p cm.	0.8		1.3		1.8	
	Δ	C	Δ	C	Δ	C
1.5	0.22	0.64	—	—	—	—
2.0	14	55	0.04	0.16	—	—
2.5	07	39	08	15	0.010	0.05
3.0	08	27	01	12	007	05

扱て廻轉能率 M に ΔM の變化があれば廻轉子は何處に於て平衡を得るであらうか。此場合平衡方程式は殆ど不變と看做されるので

$$M(1 - \cos 2\phi) = 2M \sin^2 \phi = \Delta M.$$

$$\therefore \sin^2 \phi = \frac{\Delta M}{2M}.$$

然るに

$$M = S_s Z^2 \cdot C, \quad \Delta M_{\max} = S_s Z^2 \cdot \frac{105}{8} \Delta \cdot \delta p^2.$$

$$\therefore \sin^2 \phi_{\max} = 6.56 \frac{\Delta}{C} \cdot \delta p^2. \dots\dots\dots (20)$$

試に $\delta p = 1 \times 10^{-4}$ cm. として正規の状態 $p = 1.8$ cm. $h = 3.0$ cm. に於ける場合を計算すれば $2\phi = 0.6'$ を得る。若し $\frac{dZ}{d\phi} = 4'$ とすれば、 Z が $2' \cdot 4$ 丈増加した如くなる譯である。

尙第 2 表に依れば p 及び h の小なる程 Δ 及び C の數値は大となり、殊に Δ に於て然りである。従つて偏移角 ϕ も、更に寸法値を一定に保つとすれば Z も亦夫れ丈増加する譯になる。即ち所謂正規の状態に於ける使用が最も望ましいのである。

然らば廻轉子の中心の垂直變移は如何なる場合に起るか。先づ磁力計を調整する際中心の決定に誤差を有する事である。併し此方は避け難い止むを得ざる誤差であつて、一度檢定すれば大して顧慮する必要はない。

次には溫度の變化に基く磁力計支柱の膨脹或は收縮に由來するものである。併し乍ら其伸縮方向に就いて點檢するに、廻轉子の吊棒と此系の支柱及び場用感應磁石の夫れとは上下反對になつてゐるから、適當に材料を按排すれば容易に相殺出来ると思はれる。因に使用材料の線膨脹係數は 1°C に附 perminvar, 硝子及び水晶に於ては何れも約 0.08×10^{-4} , 眞鍮では 0.19×10^{-4} , 又 aluminium では 0.24×10^{-4} である。上掲の計算は 5 cm. の眞鍮棒の 1°C に對する伸縮の影響を示すものである。

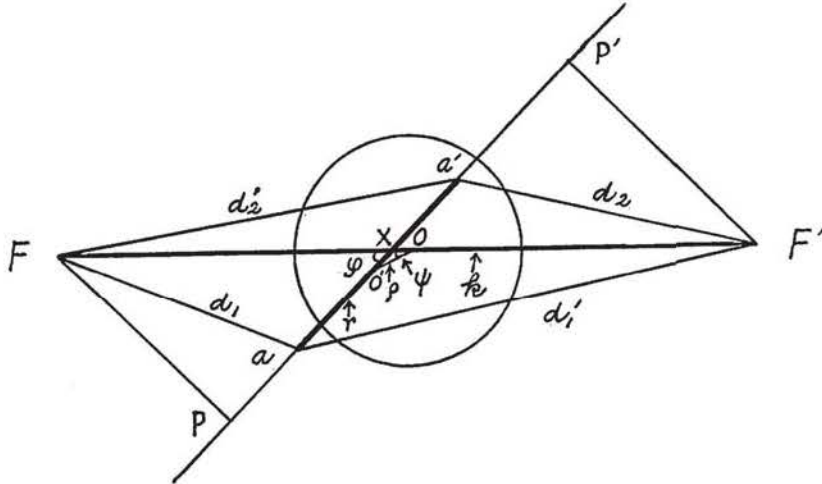
固より溫度の變化は水平方向の h 及び r にも認められるのであるが、此方は放散相稱で中心の變移を惹起しないのである。而して第 2 節に於て明かなる如く h の微小な伸縮は廻轉能率に影響しない。尙廻轉能率を表す式 (2), (1) に於て r と h とは全く同じ形で遣入つてゐるので、 r の伸縮に就いても同様な事が云へる。

更に透磁率従つて磁化率は一般に溫度の函數であるけれ共 perminvar に就いては不詳である。其微小なる事は自明の理であるが、若し上述の相殺を技術的に完成出来るとすれば之を推論する事も滿更不可能ではあるまい。

是等溫度の變化に伴ふ廻轉能率の變化に原因する Z の見掛け上の變化が所謂溫度係數で、McNish は支柱の伸縮を十分に相殺してゐるやうだが尙 $1' \cdot 4/1^\circ\text{C}$ を得てゐる。

次いで廻轉子の中心が水平變移をなした場合に移る。第 4 圖は此場合を示す。茲に $\varphi = \frac{\pi}{4}$ とし
て事足り、 $\psi = 0 \sim 2\pi$ とする。扱て $\Delta O O' X$ に於て

第 4 圖



$$\begin{aligned}
 OX &= \rho \frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin \varphi}, & O'X &= \rho \frac{\sin \psi}{\sin \varphi} \\
 FX &= \frac{k}{2} - \rho \frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin \varphi}, & F'X &= \frac{k}{2} + \rho \frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin \varphi} \\
 \therefore FP &= \frac{k}{2} \sin \varphi - \rho \sin(\varphi - \psi), & F'P' &= \frac{k}{2} \sin \varphi + \rho \sin(\varphi - \psi) \dots \dots \dots (21) \\
 PX &= \frac{k}{2} \cos \varphi - \rho \frac{\cos \varphi \sin(\varphi - \psi)}{\sin \varphi}, & P'X &= \frac{k}{2} \cos \varphi + \rho \frac{\cos \varphi \sin(\varphi - \psi)}{\sin \varphi} \\
 aX &= \frac{r}{2} + \rho \frac{\sin \psi}{\sin \varphi}, & a'X &= \frac{r}{2} - \rho \frac{\sin \psi}{\sin \varphi} \\
 Pa &= \frac{k}{2} \cos \varphi - \frac{r}{2} - \rho \cos(\varphi - \psi), & P'a' &= \frac{k}{2} \cos \varphi - \frac{r}{2} + \rho \cos(\varphi - \psi) \\
 \therefore \left. \begin{aligned}
 d_1^2 &= \frac{r^2 + k^2}{4} - \frac{rk}{2} \cos \varphi - \rho [k \cos \psi - r \cos(\varphi - \psi)] + \rho^2 = d^2 + \rho^2 - \Delta \\
 d_2^2 &= \frac{r^2 + k^2}{4} - \frac{rk}{2} \cos \varphi + \rho [k \cos \psi - r \cos(\varphi - \psi)] + \rho^2 = d^2 + \rho^2 + \Delta \\
 d_1'^2 &= \frac{r^2 + k^2}{4} + \frac{rk}{2} \cos \varphi + \rho [k \cos \psi + r \cos(\varphi - \psi)] + \rho^2 = d'^2 + \rho^2 + \Delta' \\
 d_2'^2 &= \frac{r^2 + k^2}{4} + \frac{rk}{2} \cos \varphi - \rho [k \cos \psi + r \cos(\varphi - \psi)] + \rho^2 = d'^2 + \rho^2 - \Delta' \\
 d^2 &= \frac{r^2 + k^2}{4} - \frac{rk}{2} \cos \varphi, & d'^2 &= \frac{r^2 + k^2}{4} + \frac{rk}{2} \cos \varphi \\
 \Delta &= \rho [k \cos \psi - r \cos(\varphi - \psi)], & \Delta' &= \rho [k \cos \psi + r \cos(\varphi - \psi)]
 \end{aligned} \right\} (22)
 \end{aligned}$$

但

豫め又下の如く略號を定めて置く。

$$\begin{aligned} \{d^2\}^{-\frac{3}{2}} &= (p^2+d^2)^{-\frac{3}{2}} - [(p+l)^2+d^2]^{-\frac{3}{2}} + [(L+p+l)^2+d^2]^{-\frac{3}{2}} - [(L+p)^2+d^2]^{-\frac{3}{2}}, \\ \{d_1^2\}^{-\frac{3}{2}}, \{d_1'^2\}^{-\frac{3}{2}}, \{d_2^2\}^{-\frac{3}{2}}, \{d_2'^2\}^{-\frac{3}{2}} &\text{ も之に倣ふ。} \\ \{d^2\}^{-\frac{5}{2}} &= (p^2+d^2)^{-\frac{5}{2}} - [(p+l)^2+d^2]^{-\frac{5}{2}} + [(L+p+l)^2+d^2]^{-\frac{5}{2}} - [(L+p)^2+d^2]^{-\frac{5}{2}}, \\ \{d_1^2\}^{-\frac{5}{2}} &\text{ も之に倣ふ。} \end{aligned}$$

斯くて愈々廻轉能率の變化量を求むる事にする。此場合廻轉子に作用する斥引力は左右に於ては相等しくないが、片側の上一對宛に就いては尙對稱を保つてゐるから、其平行成分は相殺され唯垂直成分のみが残る。即ち

$$\begin{aligned} +2S_s Z^2 \cdot d_1 \{d_1^2\}^{-\frac{3}{2}}, \quad -2S_s Z^2 \cdot d_1' \{d_1'^2\}^{-\frac{3}{2}}, \\ +2S_s Z^2 \cdot d_2 \{d_2^2\}^{-\frac{3}{2}}, \quad -2S_s Z^2 \cdot d_2' \{d_2'^2\}^{-\frac{3}{2}}. \end{aligned}$$

而して其廻轉子面に平行な分力は此際相殺されないが、大體中心の變移を小ならしむる方向に作用し且重力の分力に抵抗され、之に依る廻轉子の變移は十分に看過される。其廻轉子面に垂直な分力は

$$2S_s Z [FP\{d_1^2\}^{-\frac{3}{2}} - F'P'\{d_1'^2\}^{-\frac{3}{2}}], \quad 2S_s Z^2 [F'P'\{d_2^2\}^{-\frac{3}{2}} - FP\{d_2'^2\}^{-\frac{3}{2}}].$$

従つて廻轉能率は

$$S_s Z^2 \cdot r [FP\{d_1^2\}^{-\frac{3}{2}} - F'P'\{d_1'^2\}^{-\frac{3}{2}} + F'P'\{d_2^2\}^{-\frac{3}{2}} - FP\{d_2'^2\}^{-\frac{3}{2}}]$$

となり、之に (21), (22) を代入して整頓すれば

$$\begin{aligned} S_s Z^2 \cdot r k \sin \varphi [\{d^2\}^{-\frac{3}{2}} - \{d'^2\}^{-\frac{3}{2}}] - 3S_s Z^2 \cdot \rho^2 \left\{ \left[\frac{1}{2} \sin \varphi + \cos \psi \sin (\varphi - \psi) \right] r k [\{d^2\}^{-\frac{5}{2}} \right. \\ \left. - \{d'^2\}^{-\frac{5}{2}}] - \frac{1}{2} r^2 \sin 2(\varphi - \psi) [\{d^2\}^{-\frac{5}{2}} + \{d'^2\}^{-\frac{5}{2}}] \right\} = M - \Delta M \dots \dots (23) \end{aligned}$$

然るに

$$\begin{aligned} \{d^2\}^{-\frac{5}{2}} - \{d'^2\}^{-\frac{5}{2}} &= \frac{5}{2} r k \cos \varphi \left\{ \left(p^2 + \frac{r^2+k^2}{4} \right)^{-\frac{7}{2}} - \left[(p+l)^2 + \frac{r^2+k^2}{4} \right]^{-\frac{7}{2}} \right\}, \\ \{d^2\}^{-\frac{5}{2}} + \{d'^2\}^{-\frac{5}{2}} &= 2 \left\{ \left(p^2 + \frac{r^2+k^2}{4} \right)^{-\frac{5}{2}} - \left[(p+l)^2 + \frac{r^2+k^2}{4} \right]^{-\frac{5}{2}} \right\} \\ &\quad + \frac{35}{16} r^2 k^2 \cos^2 \varphi \left\{ \left(p^2 + \frac{r^2+k^2}{4} \right)^{-\frac{9}{2}} - \left[(p+l)^2 + \frac{r^2+k^2}{4} \right]^{-\frac{9}{2}} \right\}. \end{aligned}$$

更に

$$\left. \begin{aligned} \xi &= r^4 k^2 \left\{ \left(p^2 + \frac{r^2 + k^2}{4} \right)^{-\frac{9}{2}} - \left[(p+l)^2 + \frac{r^2 + k^2}{4} \right]^{-\frac{9}{2}} \right\} \\ \eta &= r^2 k^2 \left\{ \left(p^2 + \frac{r^2 + k^2}{4} \right)^{-\frac{7}{2}} - \left[(p+l)^2 + \frac{r^2 + k^2}{4} \right]^{-\frac{7}{2}} \right\} \\ \zeta &= r^2 \left\{ \left(p^2 + \frac{r^2 + k^2}{4} \right)^{-\frac{5}{2}} - \left[(p+l)^2 + \frac{r^2 + k^2}{4} \right]^{-\frac{5}{2}} \right\} \\ m &= \frac{\xi}{\zeta}, \quad n = \frac{\eta}{\zeta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24)$$

と置いて、是等を (23) に代入して整頓すれば

$$\begin{aligned} -\Delta M &= -3SsZ^2 \cdot \rho^2 \cdot \zeta \left\{ \frac{5}{4}n \sin 2\varphi - \frac{5}{8}n \sin 2\psi + \left[\frac{5}{8}n - 1 - \frac{35}{64}m(1 + \cos 2\varphi) \right] \sin 2(\varphi - \psi) \right\} \\ &= -3SsZ^2 \cdot \rho^2 \cdot \zeta \cdot D \quad \dots\dots\dots(25) \end{aligned}$$

の如き形を採る。但

$$D = \frac{5}{4}n \sin 2\varphi - \frac{5}{8}n \sin 2\psi + \left[\frac{5}{8}n - 1 - \frac{35}{64}m(1 + \cos 2\varphi) \right] \sin 2(\varphi - \psi).$$

D の ψ に関する第 1 及び第 2 の微係数を求むれば

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial \psi} &= \left\{ -\frac{5}{4}n - \left[\frac{5}{4}n - 2 - \frac{35}{32}m(1 + \cos 2\varphi) \right] \cos 2\varphi \right\} \cos 2\psi \\ &\quad - \left[\frac{5}{4}n - 2 - \frac{35}{32}m(1 + \cos 2\varphi) \right] \sin 2\varphi \cdot \sin 2\psi, \\ \frac{\partial^2 D}{\partial \psi^2} &= -2 \left\{ -\frac{5}{4}n - \left[\frac{5}{4}n - 2 - \frac{35}{32}m(1 + \cos 2\varphi) \right] \cos 2\varphi \right\} \sin 2\psi \\ &\quad - 2 \left[\frac{5}{4}n - 2 - \frac{35}{32}m(1 + \cos 2\varphi) \right] \sin 2\varphi \cdot \cos 2\psi. \end{aligned}$$

此處で $\varphi = \frac{\pi}{4}$ と置けば

$$\left. \begin{aligned} D &= \frac{5}{8}n(2 - \sin 2\psi) + \left(\frac{5}{8}n - 1 - \frac{35}{64}m \right) \cos 2\psi \\ \frac{\partial D}{\partial \psi} &= -\frac{5}{4}n \cos 2\psi - \left(\frac{5}{4}n - 2 - \frac{35}{32}m \right) \sin 2\psi \\ \frac{\partial D}{\partial \psi} &= 0 \quad \therefore \tan 2\psi = \frac{5}{4}n / \left(2 + \frac{35}{32}m - \frac{5}{4}n \right) \\ \frac{\partial^2 D}{\partial \psi^2} &= 2 \cdot \frac{5}{4}n \sin 2\psi + 2 \left(2 + \frac{35}{32}m - \frac{5}{4}n \right) \cos 2\psi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(26)$$

となり、 m 及び n の各値に應じて D の數値を算出する事が出来る譯である。 m, n 初め (24) を計算すれば第 3 表の如くで、併せて第 1 表から C の數値を再録した。

第 3 表

Pcm. k cm.	0.8							1.3							1.8						
	ε	γ	ζ	m	n	$\frac{m}{n}$	C	ε	γ	ζ	m	n	$\frac{m}{n}$	C	ε	γ	ζ	m	n	$\frac{m}{n}$	C
1.5	0.395	0.540	0.308	1.3	1.8	0.7	0.64	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.0	204	355	145	1.4	2.4	6	55	0.028	0.0740	0.0468	0.6	1.6	0.4	0.16	—	—	—	—	—	—	—
2.5	093	204	0674	1.4	3.0	5	39	0.019	0.0593	0.0279	7	2.1	3	15	0.0035	0.0159	0.0106	0.3	1.5	0.2	0.05
3.0	040	112	0819	1.3	3.5	4	27	0.012	0.0424	0.0163	7	2.6	3	12	0.0027	0.0139	0.0073	4	1.9	2	05

併し乍ら簡単な爲に更に $m=0$ と看做せば

$$\left. \begin{aligned}
 D &= \frac{5}{8}n(2 - \sin 2\psi) + \left(\frac{5}{8}n - 1\right) \cos 2\psi \\
 \frac{\partial D}{\partial \psi} &= -\frac{5}{4}n \cos 2\psi - \left(\frac{5}{4}n - 2\right) \sin 2\psi \\
 \frac{\partial D}{\partial \psi} = 0 &\quad \therefore \tan 2\psi = \frac{5n}{8 - 5n} \\
 \frac{\partial^2 D}{\partial \psi^2} &= \frac{5}{2}n \sin 2\psi + \left(4 - \frac{5}{2}n\right) \cos 2\psi
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(27)$$

となり、此 D の變化は第 4 表に依つて窺知される。實際は $m \rightarrow 1.0$ となる程率も小さくなるであらう。尤も $\frac{5}{8}n < 1$ の場合は其逆となる。又極値の起る方向角は總べて減少する事も明かである。

第 4 表

n	ψ	0, π		$\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$		極大値	其方向	極小値	其方向
		1	0.9	0.6	1.6	2.0	120°, 300°				
2	2.8	1.3	2.3	3.9	141, 321	1.3	51, 231				
3	4.6	1.9	2.9	5.9	148, 328	1.7	58, 238				
4	6.5	2.5	3.5	7.9	120, 300	2.1	30, 210				

兎もあれ大體に於て中心の變移が廻轉子面に添ひて起れば D は極小値 $\frac{n}{2}$ を採り、之に直角の時は極大値 $2n$ に達する事が判明したのである。而して McNish の實驗と正に相符合する。斯くて廻轉能率の變化量の極大値は

$$-\Delta M = -3S_s Z^2 \cdot \rho^2 \cdot 2\eta \dots\dots\dots(28)$$

で、一方廻轉能率 M の變化 ΔM に対する廻轉子の偏移角 ϕ は前述の如く

$$\sin^2 \phi = \frac{\Delta M}{2M}$$

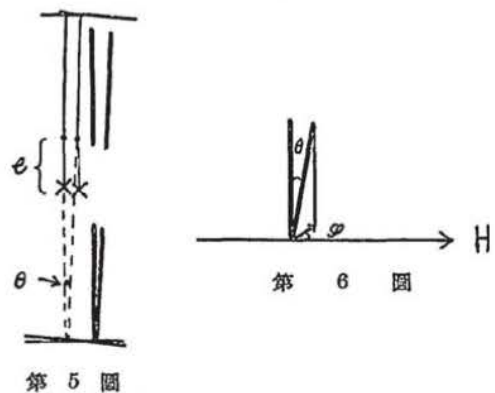
然るに

$$M = S_s Z^2 \cdot C, \quad \Delta M_{\max} = 3S_s Z^2 \cdot \rho^2 \cdot 2\eta.$$

$$\therefore \sin^2 \phi_{\max} = \frac{3\rho^2 \eta}{C} \dots \dots \dots (29)$$

が得られる。茲で再び第3表に就いて見るに、實際の使用範囲では所謂正規の状態に於て η 及び C 共最小となり、然も之を離れば η の増加は C の夫れより一入急激である。従つて偏移角 ϕ は正規の状態で最小値を探り、之を離れる程増大する傾向がある。併し ϕ が増大したとて同じ吊絲では寸法値は反對に減少するから直に磁力其物も増加する譯ではない。即ち gamma に於てはなくて其寸法値を單位として測れる誤差が増加すると謂ふのである。試に $\rho = 1 \times 10^{-3}$ cm. とし正規の状態に於ける偏移角の極大値を求むれば $2\phi = 6' \cdot 2$ となり、前述の寸法値を用ふれば $25'$ 丈 Z が減少した如くなる譯である。

然らば廻轉子の中心の水平變移は如何なる場合に起るか。先づ磁力計を調整する際中心の決定に誤差を有する事はである。若し夫れが場用感應磁石の面内に在れば廻轉子の中心が場用感應磁石の夫れから正しく $\frac{k}{2}$ の距離にない譯である。一方廻轉能率を表す式 (2), (1) に於て k と r とは全く同じ形で遣入つてゐるので、廻轉子の廻轉軸が其中心を通過しない場合にも同様な効果を齎らす事になる。併し是等は避け難い止むを得ざる誤差であつて、一度檢定すれば大して顧慮する必要はない。



次は磁力計を装置せる土臺の傾斜に由來するもので、常設觀測所に於ては勿論殊に野外に於て使用の際は十分の關心を要するものである。第5圖に就いて見るに θ の傾斜に對し廻轉子の中心は水平に $e\theta$ 、下方に $e\theta^2$ 丈變移する。依つて θ の或値に對し $e\theta$ を出来る丈僅少ならしむるやうに e の長さを決めねばならぬ。例へば

$$\theta = 1' = 29 \times 10^{-5} \text{ radians}, \quad e = 3 \text{ cm.}$$

$$\rho = e\theta < 1 \times 10^{-3} \text{ cm.}$$

の如くで、前掲の計算は之に相當するものである。此場合場用感應磁石の傾斜に依る各種の距離の變化は勿論無視される。又垂直變移 $e\theta^2$ の方は (20) に依り省略出来る。

更に θ の傾斜に對し場用感應磁石を磁化すべき Z は $Z \cos \theta$ となるも、 $\theta = 1'$ 程度では $\cos 1' \approx 1$ で何の影響をも蒙らない。併し第6圖に明かなる如く H の分力が Z と重疊し、 Z -場は $Z + H \cos \varphi \sin \theta$ と化して仕舞ふ。従つて感應磁石の傾斜が東西に向へば何の効果もないが、之を離れて遂に南北に向ふに至れば其極大に達し、假令 $1'$ の傾斜にしる $\pm 29700' \times \sin 1' = \pm 9'$ に及ぶ

誤差を生ずる。傾斜の方向如何に依つては上述の効果と相殺出来ない事もない。

此二者を總稱して傾斜効果と呼ぶ。McNish は吊絲の長さを 1 cm. 餘に詰めても尙前者の數値 $19\gamma/1'$ を實驗してゐる。此際の寸法値は不詳であるけれど、彼の場合は正規の状態を去る事遙に遠いので然もあらんと領ける次第である。

8. 實驗の一斑

東北帝大金屬材料研究所の御厚意に依り入手した permivar 材は何れも正角柱形で、其大いさは McNish の使用したものと殆ど同じい。即ち

場磁石用 4 本 長さ：5.4 cm. 切口面積：0.5×0.5 cm².

廻轉子用 2 本 長さ：0.7 cm. 切口面積：0.2×0.2 cm².

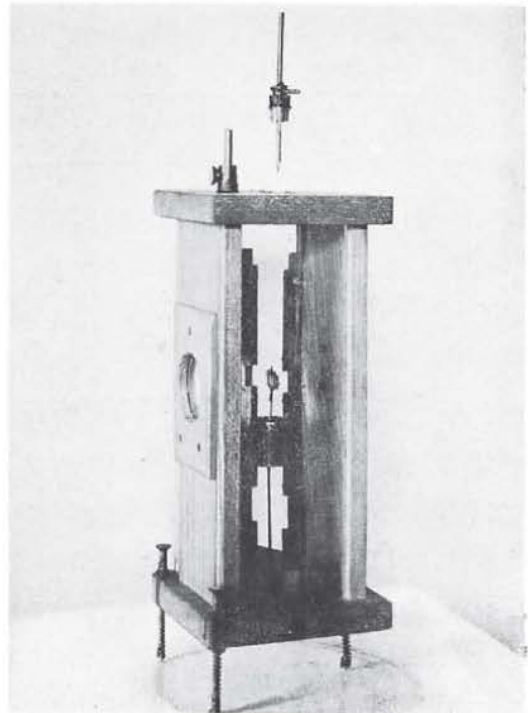
である。而して之を圓錐と看做し $l \approx 4Z$, $i \approx cZ$, そして c は 4 或は 5 位と見積つて大過ないやうである。

今度の實驗は既述の平衡方程式の可否を決定する事を主眼とし、其裝置は木製で第 7 圖のやうに手軽なもので、不便な點も多かつたけれど先づは所期の結果を得たやうである。彼の廻轉子の離心廻轉の吟味の如きは到底望むべくもないが、此方は自から解決されるであらう。

(1) 准正規の状態を選び第 1 表の $p=0.8$ cm., $k=2.5$ cm. (勿論 $r=1$ cm.) の如く裝置し、廻轉子は太さ 20μ , 長さ 16 cm. の水晶絲で吊し、1.7 m. の距離で容易に寸法値 $5.6 \gamma/mm$ を得た。此値は推算よりも幾分小さいが、感應磁極の強さを精確に算定或は測定すれば十分一致するのではないかと考へる。

(2) $p=0.8$ cm., $k=3.0$ cm. の如く置變へ、廻轉子の幅は殆ど倍加し $r=2$ cm. とし、之を吊すに引立ての太さ約 18μ , 長さ 10 cm. の硝子絲を以てして、同じく 1.7 m. の距離で最小寸法値約 $2\gamma/mm$ を得た。計算に依れば此場合は前者の 2 倍餘感度が増加し、極大の捩れは多く共 30° 位で起る筈で、又 McNish の實驗を参照しても大なる逕庭は無いやうである。併し硝子絲の捩れが解け易くて危惧の念を懐いた。

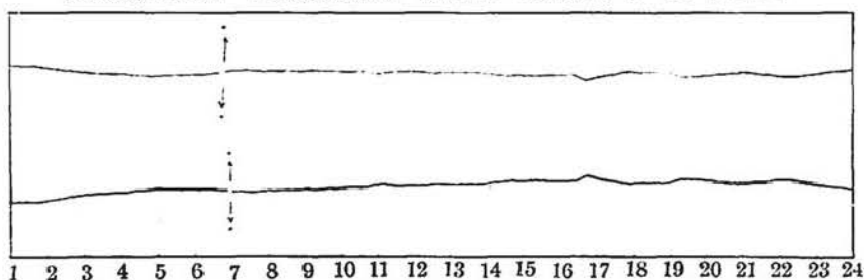
第 7 圖 〃感應磁カ計の概観(2)



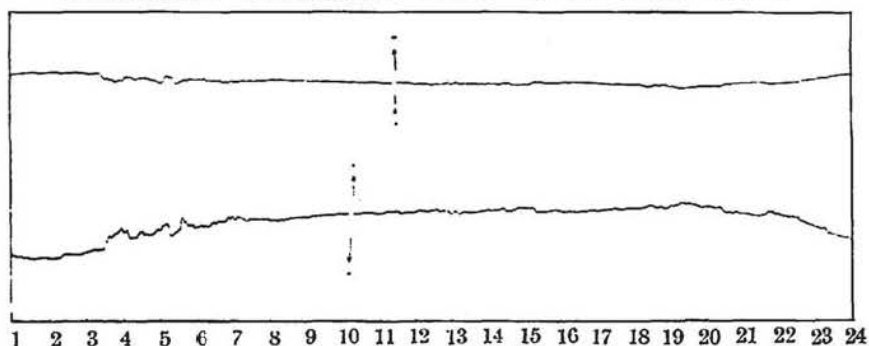
両方を通じ廻轉子は空氣制振器を取付けて殆ど臨界制振の状態に置いた。地震に際して隙を生じた例はない。何しろ手細工の事とて動もすれば廻轉子の部分が重くなり、搦てゝ加へて場磁石も小さいので數秒の短週期は出せなかつた。

最後に記録の一部を當所の天秤型標準 Z-變化計の尖れ (寸法値 4.4 γ /mm.) と共に掲ぐれば第 8 及び第 9 圖の如くである。但 McNish の場合と異り豫備的實驗に過ぎないので、彼此立入つた考案は總べて後の機會に譲る事とする。正規の状態を離るゝ事遠ければ感度は著しく鋭敏になるが、廻轉能率の勾配が甚だ急峻になる様子は、第 9 圖に於て寸法値測定に當り上下變移の不揃ひな事に依つて想像されるであらう。

第 8 圖 記象紙比較 (1)

上方標準變化計. 下方感應磁力計. Jan. 21~22, 1937. 1^h~24^h G. M. T.

第 9 圖 記象紙比較 (2)

上方標準變化計. 下方感應磁力計. Feb. 21~22, 1937. 1^h~24^h G. M. T.

むすび 以上の論述で感應磁力計の全貌は略々判明した事と思ふ。此磁力計が既存の尖れと比較して卓越する所以のものは (1) 其装置が水平方向に無關係で (2) 溫度係数が極めて小さく (3) 天秤型の如く刀刃を使用せず且廻轉子は堅吊りで厄介な横吊りでないから不規則な運動に惱まされる懸念の絶無なる事である。型が聊か大き過ぎる (Helmholtz 線輪の半径は少く共 30 cm. を要する爲) のと傾斜効果とは先づ難點であらうが、取扱ひさへ慎重にすれば常に時間的變化計としてのみならず局部的變化計としても將又水平分力に於ける la Cour の “QHIM” の如く吊糸の振れに依

據して容易に鉛直分力の絶対値測定に使用されるに至つては、其測定結果の精確と其利用範囲の廣汎なる事と相俟つて正に錦上花を添へた風情を偲ばしむるものがあるのである。

本稿未だ不備の點多く首尾相整ふに至らざるも、茲に御援助を賜つた各位に厚く御禮申上げ、且又今後共識者の御高教を庶幾ふ次第である。

(昭和 12 年早春、於柿岡地磁氣観測所)
